Euclides

816
357
492

jaargang 69 1993 | 1994 juni

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-539985.
Secretaris Drs. J.W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Ledenadministratie F.F.J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18; fax. 076-65 32 18.
Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 60,00 per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 42,50; contributie zonder Euclides *f* 35,00.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M.C. van Hoorn, Noordersingel 12,
9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:
- ruime marge
- regelafstand van 1,5
- maximaal 47 aanslagen per regel
- eenzijdig beschreven papier
- met de tekst bijgeleverd op diskette (3,5 of 5,25 inch) in WP 5.1, of eventueel in ASCII-files

en liefst voorzien te zijn van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

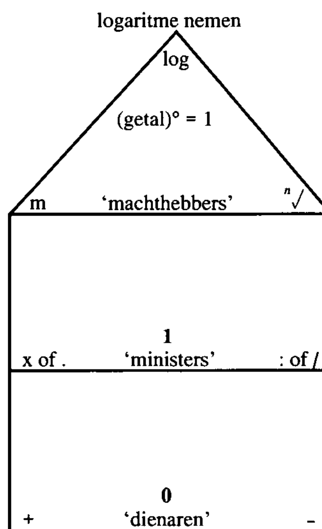
De ruimte die een artikel of mededeling bij plaatsing in beslag neemt kan worden bepaald door uit te gaan van 48 tekstregels per kolom bij een kolomhoogte van 20 cm; aan de hand hiervan kan ook het ruimtebeslag van illustraties worden bepaald.
De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 2 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 66,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 43,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
WoltersgroepGroningen b.v., afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
ABN-AMRO 44 60 67 105.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgiro hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f* 11,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

ISSN 01.65-0394

Inhoud



Het Rekenkundig Huis

► Rijen van opeenvolgende positieve getallen

Paul Gondrie en Gerard van Alst

Tijdens het praktikum informatica aan de Hogeschool Midden Brabant in Tilburg moesten de studenten uit het eerste jaar het volgende probleem oplossen:

Bepaal bij een gegeven natuurlijk getal $N(> 0)$ alle rijtjes opeenvolgende gehele getallen(> 0), waarvan de som gelijk is aan N.

Voorbeeld:
Als $N = 15$ dan moet de uitkomst zijn:
1, 2, 3, 4, 5
4, 5, 6
7, 8
15
Er zijn dus 4 rijtjes en al deze rijtjes hebben een som van 15.
– Bepaal zelf alle oplossingen die horen bij het getal $N = 18$
– Doe dit ook voor het getal $N = 45$

Bij het vinden van oplossingen bij verschillende getallen kwamen er vragen los.
Waarom geeft een bepaald getal veel oplossingen en een ander niet? Kun je van te voren al zien dat er meer dan één oplossing is? Is het mogelijk om iets te zeggen van de lengte van de oplossing? Kun je bij een gegeven getal aangeven wat het aantal oplossingen is?
We proberen een regelmaat te ontdekken.

Een methode om bij een gegeven getal alle oplossingen te vinden wordt hieronder door een PSD (Programma Structuur Diagram) gegeven. We gaan ervan uit dat de notatie bekend is.

```
lees (N)
i: = 1
zolang i ≤ N
    som: = i
    j: = i
    zolang som < N
        j: = j + 1
        som: = som + j
    som = N
    ja
        k: = i
        zolang k ≤ j
            schrijf (k)
            k : = k + 1
    nee
    i : = i + 1
```

Variabelen

Alle variabelen zijn van het type integer (geheel)
N: invoergetal
i: begin mogelijk rijtje
j: eind mogelijk rijtje
som: som van het rijtje
k: af te drukken getal

Het komt erop neer dat je begint bij het getal $i = 1$ en kijkt of je een aaneengesloten rij gehele getallen krijgt met als som de waarde van het gegeven getal N. Dit herhaal je voor $i = 2$ t/m N. Je krijgt altijd als laatste oplossing N.

Een volgende stap is dan om daadwerkelijk een programma te maken dat de oplossingen geeft. Met behulp van de taal Pascal zou dat geen problemen geven aan de hand van het gegeven PSD.

Door het programma dan een aantal keren te runnen krijg je al snel een idee van het aantal oplossingen en de lengte van de oplossing (het aantal termen dat je nodig hebt). Het heeft alles te maken met de delers van N.

Voorbeelden:

$15 = 5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
$\quad = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$
$15 = 3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5$
$\quad = 4 + 5 + 6$
$14 = 7 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$
$\quad = -1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5$
$\quad = 2 + 3 + 4 + 5$

Probeer nu de juistheid van de volgende beweringen aan te tonen:

1. Is N oneven, dan zijn er minstens 2 oplossingen.
2. Als N een macht van twee is, is er precies één oplossing.
(gebruik dat $a + (a + 1) + \ldots + (a + k) = \frac{1}{2}(k + 1)(2a + k)$)
3. Is N priem en $\neq 2$ dan zijn er precies 2 oplossingen.

Het blijkt dat het aantal oneven delers van het getal bepaalt hoeveel oplossingen er zijn. Je kunt ook expliciet aangeven hoe deze oplossing eruit ziet. Voor de volgende stelling gebruiken we dat 1 en N ook delers zijn van het getal N.

Stelling:
Gegeven een geheel getal N, dan is het aantal rijen opeenvolgende getallen waarvan de som gelijk is aan N, gelijk aan het aantal oneven delers van N.

Bewijs:
We maken een functie **van** de verzameling van oneven delers van N **naar** de verzameling van rijtjes met som N. We noemen deze functie ϕ.

a. Stel k is een oneven deler van N ($k = 1$ mag dus ook) en $N = kp$ met $k = 2m + 1$. Er zijn nu twee mogelijkheden:

a1. $m < p$
a2. $m \geq p$

Voorbeeld bij a1:
In het geval dat $N = 15$ hebben we als oneven deler $k = 3$ en wordt $p = 5$.
Dit geeft $15 = 3.5 = 5 + 5 + 5$. De rij ligt nu symmetrisch om 5 en geeft dan $4 + 5 + 6$. In dit geval is $m = 1$, en de rij is $(p - 1) + p + (p + 1)$.

a1. De rij $(p - m) + \ldots + (p - 1) + p + (p + 1) + \ldots + (p + m)$ voldoet. Dat de som N is is eenvoudig na te gaan. $p - m$ is positief want $p > m$. De lengte van de oplossing is k en de rij ligt symmetrisch om p. De eerste term kan ook worden geschreven als: $N/k - \frac{1}{2}(k - 1)$

Voorbeeld bij a2:
Als $N = 27$ hebben we als oneven deler $k = 9$ en wordt $p = 3$. We kunnen nu niet $p = 3$ als midden kiezen, omdat we dan ook negatieve getallen krijgen. Dit komt omdat we 4 (de helft van $(9 - 1)$) getallen moeten nemen die kleiner zijn dan 3. In dit geval is $m = 4$. De rij die nu symmetrisch om 3 ligt wordt dan $-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$. Omdat de getallen positief moesten zijn valt het beginstuk weg en krijgen we de rij $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$. De lengte is nu $2p = 6$. (Merk op dat $27 = 9 \cdot 3 = 4\frac{1}{2} \cdot 6$ dus 6 termen rondom $4\frac{1}{2}$ geeft dezelfde oplossing.)

a2. De rij $(m - p + 1) + \ldots + m + (m + 1) + \ldots + (m + p)$ voldoet. Ook hier is eenvoudig na te gaan dat de som N is. De lengte van de oplossing is $2p$ en de rij ligt symmetrisch om $\frac{1}{2}k$. De eerste term is $\frac{1}{2}(k - 1) - N/k + 1$.

De functie ϕ is injectief: dit wil zeggen dat bij twee verschillende oneven delers ook twee verschillende rijtjes horen. Als k een oneven deler is van N en h is een andere oneven deler dan horen hierbij verschillende oplossingsrijtjes. Als $N/h - \frac{1}{2}(h - 1) = N/k - \frac{1}{2}(k - 1)$ volgt hieruit dat $k = h$ en ook uit $\frac{1}{2}(h - 1) - N/h + 1 = \frac{1}{2}(k - 1) - N/k + 1$ volgt $k = h$. Rijen verkregen uit a1 respectievelijk a2 kunnen niet gelijk zijn omdat de lengte bij a1 oneven is en bij a2 even. Uit het bovenstaande volgt dat bij iedere oneven deler van N er een unieke oplossing is.

b. De functie ϕ is surjectief: dit wil zeggen dat bij elk rijtje een oneven deler hoort die aan dat rijtje wordt gekoppeld. Veronderstel dat we een oplossing hebben met lengte r. We tonen dan aan dat we deze oplossing altijd kunnen krijgen m.b.v. de constructie uit a.
Stel $N = q + (q + 1) + \dots + (q + r - 1)$ dan geeft de som van de rij $N = \frac{1}{2}r(2q + r - 1)$. We hebben weer 2 mogelijkheden:
b1. r is oneven
b2. r is even

b1. als r oneven is, krijgen we de oplossing van a1 want de eerste term wordt dan:
$N/k - \frac{1}{2}(k - 1) = N/r - \frac{1}{2}(r - 1) =$
$q + \frac{1}{2}r - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(r - 1) = q$

b2. als r even is, heeft N een oneven deler $(2q + r - 1)$; dit geeft dan de oplossing van a2 want de eerste term wordt dan $\frac{1}{2}(k - 1) - N/k + 1 =$
$\frac{1}{2}(2q + r - 1 - 1) - \frac{1}{2}r + 1 = q$
Uit a en b volgt nu het gestelde.

We houden ons aanbevolen voor een bewijs van deze stelling met volledige inductie naar het aantal oneven delers.

▶ Wat zeggen de leraren zelf?

Verwachtingen van en ervaringen met de basisvorming wiskunde

Anne van Streun en Peter Edelenbos

Het schooljaar '92-'93 stond in het teken van de voorbereiding op de basisvorming. Een stortvloed van publikaties brak los, leraren werden opgeroepen zich bij te scholen, en uitgevers haastten zich hun nieuwe methoden aan te prijzen. De basisvorming beloofde veel nieuws en goeds.

De ervaring met veel onderwijsvernieuwingen leert dat de dagelijkse onderwijspraktijk er vaak anders uitziet dan bedoeld en voorspeld. In een verkennend onderzoek, uitgevoerd door het RION (Instituut voor Onderwijsonderzoek) en de werkgroep wiskundedidactiek van de Rijksuniversiteit Groningen, zijn de praktijkdeskundigen, de leraren, aan het woord gelaten. Aan vaksecties wiskunde en Engels is gevraagd hoe hun voorbereiding op de basisvorming is verlopen, wat hun verwachtingen waren en hoe de ervaringen met de eerste vier maanden van de basisvorming zijn.
De nieuwe doelstellingen en de nieuwe leerstof hebben voor alle vakken vorm gekregen in nieuwe leerboeken, of in nieuwe edities van bestaande methoden. De vragenlijst ging daarom in het bijzonder over de overwegingen om een nieuwe methode wel

of niet aan te schaffen, de beslissende motieven daarbij, de verwachtingen die de sectie daarbij had en de ervaringen tot nu toe met de gekozen methode.

De onderzoeksgroep

In december 1993 is een vragenlijst gestuurd naar de vaksecties wiskunde en Engels van 236 scholen voor voortgezet onderwijs. Voor het vak Engels hebben 76 vaksecties gereageerd en voor het vak wiskunde 92 secties. Tabel 1 geeft aan welke schooltypes in de 92 scholen zijn vertegenwoordigd, hoeveel lesuren wiskunde in leerjaar 1 op het rooster staan en wat de gemiddelde officiële lestijd per week is, rekening houdend met lessen van 50 minuten of 45 minuten.

Tabel 1. Lestijd in leerjaar 1

School-type	Aantal lesuren				Gemiddelde lestijd per week
	2	3	4	5	
IVBO	3	13	8	0	156 min.
VBO	1	18	22	1	171 min.
MAVO	0	8	51	1	186 min.
HAVO	0	4	32	0	192 min.
VWO	0	3	35	0	192 min.

In deze 92 scholen zijn de leerlingen voor het overgrote deel in niet al te heterogene klassen gegroepeerd. Klassen ivbo (22), ivbo-vbo (10), vbo (23), vbo-mavo (23), mavo (30), mavo-havo (21) en havo-vwo (27) komen voor, maar ook vwo (5) en mavo-havo-vwo (6).

Voorbereiding op de basisvorming

In ongeveer de helft van de scholen hebben wiskundedocenten cursussen, studiedagen of nascholingsbijeenkomsten bezocht om zich op de invoering van de basisvorming voor te bereiden. Als voornaamste motieven voor de invoering van een nieuwe methode of editie zijn genoemd:

het nieuwe wiskundeprogramma	79%
veroudering van de gebruikte methode	19%
fusie met andere scholen	17%

Voor de definitieve keuze van de methode wiskunde kunnen verschillende motieven van belang zijn geweest. Op een schaal van 1 tot en met 10 konden de docenten een rangorde aangeven van de motieven. In tabel 2 staat het aantal keren dat een motief bij de drie zwaarst wegende overwegingen is genoemd en de gemiddelde score van een motief.

Tabel 2. Motieven voor de methodekeuze

Motieven methodekeuze gerangschikt naar belang	Top-3 scores 8,9,10	Gemiddelde
De doelen van de basisvorming voor het vak wiskunde	49 keer	7,5
Leerlingen moeten er zelfstandig mee kunnen werken	40 keer	7,2
Taalgebruik in het boek	36 keer	6,9
Differentiatiemogelijkheden	27 keer	6,5
De vormgeving	26 keer	6,3
De aansluiting op examenprogramma's	27 keer	6,0
Het gebruik van concrete materialen	17 keer	5,4
Continuïteit met de vorige editie	15 keer	3,7
De aandacht voor klassieke algebraïsche vaardigheden	11 keer	3,9
De prijs	6 keer	3,3

Van de 92 scholen gaven 80 op welke overgang zij hebben gemaakt van een oude editie naar een nieuwe editie van een methode. Uit de tabel zijn die overgangen op te maken, evenals de verdeling van de nieuwe methoden in deze onderzoeksgroep.

Tabel 3. Overgangstabel methodekeuze

VAN / NAAR	GR	MW	WL	MA	SI	DB	Totaal nieuw
GR	16	1	1	1	1	2	22
MW	5	16	1	-	2	-	24
WL	2	2	3	1	2	-	10
NE	9	2	2	4	3	1	21
RW	1	-	-	1	-	1	3
Totaal oud	33	21	7	7	8	4	80

Hier betekenen de afkortingen:
GR = Getal en Ruimte, MW = Moderne Wiskunde, WL = Wiskunde Lijn, MA = Maatwerk, SI = Sigma, DB = Denken, Doen en Begrijpen, NE = Netwerk, RW = Realistische Wiskunde.
In deze groep zijn 42 scholen hun oude merk, of de opvolger van dat merk (van Sigma en Maatwerk naar Netwerk), trouw gebleven en gingen 38 scholen over op een nieuw 'merk'. Vergeleken met de landelijke cijfers, die uitgevers vermelden, is de methode Getal en Ruimte (nieuwe editie) wat ondervertegenwoordigd onder de scholen die de vragenlijst hebben ingevuld.

Verwachtingen

In 33 vragen zijn de verwachtingen ten aanzien van het eerste leerjaar van de basisvorming gepeild in termen van verwachte eigenschappen van de nieuwe methode. De ondervraagde wiskundesecties drukten hun verwachtingen uit in een vijfpuntsschaal, 5 is de meest positieve waardering. De empirische samenhang van de antwoorden is met behulp van factoranalyse onderzocht. (Deze berekeningsmethode maakt sterk gebruik van correlaties tussen vragen, waarbij samenhangende vragen zijn geclusterd.)

Houvast voor de leerlingen. Gemiddelde verwachting: 4,0
Een zestal vragen gaat over het houvast dat leerlingen aan het leerboek hebben, zoals het duidelijke taalgebruik, het werken met begrip aan de opgaven, het motiverende karakter van de opdrachten, het plezier waarmee leerlingen eraan werken, de ondersteuning van een goede probleemaanpak en het geven van goede samenvattingen voor de leerlingen.

Steun voor de docenten. Gemiddelde verwachting: 4,0
Een ander samenhangend cluster van 6 vragen gaat meer uit van de docent(e), die graag goed les wil geven zonder al teveel aan het boek toe te moeten voegen. De bijbehorende vragen gaan over aspecten, zoals het boeiender les kunnen geven met het nieuwe boek, het goed aansluiten bij de belangstelling van de leerlingen, het bevatten van uitdagende opdrachten en van contexten die goed voorbereiden op de wiskunde, een duidelijke structuur in het leerboek, genoeg houvast en duidelijkheid voor de docenten en dergelijke.

Doelen basisvorming wiskunde. Gemiddelde verwachting: 3,7
Een derde cluster van 6 vragen heeft betrekking op het realiseren van nieuwe aspecten van het wiskunde-onderwijs, die met de invoering van de basisvorming meer nadruk hebben gekregen. Het gaat daarbij om het aanbieden in het leerboek van praktijksituaties, contexten met goed herkenbare wiskunde, concrete materialen die het leren ondersteunen, goede onderzoeksopdrachten voor GWA en het goed mogelijk maken van groepswerk.
De verwachtingen op deze aspecten zijn redelijk hoog gespannen (3 is neutraal), gezien de gemiddelden 4,0 voor 'Houvast voor de leerlingen' en 'Steun voor de docenten' en 3,7 voor 'Doelen basisvorming'. Dat geldt ook voor de andere vragen, die niet in deze clusters zijn onder te brengen. De hoogste verwachting bij alle afzonderlijke vragen heeft men van de overzichtelijkheid van de lay-out (4,5), de te verwachten aandacht voor klassieke algebraïsche vaardigheden scoort het laagst (2,9). Al met al is uit de antwoorden op te maken dat deze 80 wiskundesecties met positieve verwachtingen aan de basisvorming wiskunde zijn begonnen.

Eerste ervaringen

Dezelfde uitspraken als bij de verwachtingen zijn door de wiskundedocenten ook getoetst aan hun ervaringen in de lespraktijk van de eerste vier maanden van het eerste leerjaar van de basisvorming. Op

dezelfde manier zijn de antwoorden weer geclusterd in de drie besproken factoren, die ook voor de praktijk dezelfde sterke samenhang vertoonden. Tabel 4 vat de resultaten samen.

Tabel 4. Verwachtingen en onderwijspraktijk

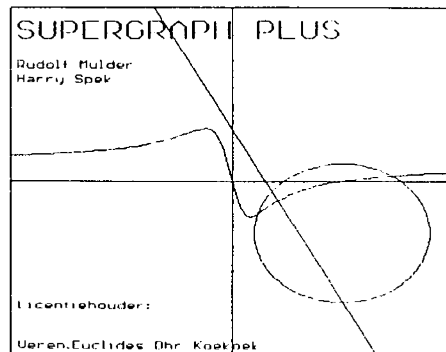
	Verwachtingen	Onderwijspraktijk
Houvast voor de leerlingen	4,0	3,8
Steun voor de docenten	4,0	3,8
Basisvorming wiskunde	3,7	3,4

Zoals men na inspectie van de tabel wel zal vermoeden, is er geen significant verschil geconstateerd tussen de verwachtingen en de onderwijspraktijk. In het Groningerland zegt men 'Het kan minder' of 'Het valt niet tegen'. Minder onderkoeld gesteld kan men concluderen dat de eerste ervaringen niet of nauwelijks achterblijven bij de vrij hoog gespannen verwachtingen. Een lichte daling van de beoordeling, op basis van de onderwijspraktijk, ten opzichte van de verwachtingen doet zich voor. Alleen bij de ondersteuning van de uitgever met bijgeleverde toetsen blijft de onderwijspraktijk (3,4) achter bij de verwachtingen (4,1). Van de 80 secties zijn 15 daar uitgesproken negatief over.

Conclusies

In dit verkennende onderzoek stond de vraag centraal hoe de wiskundesecties concreet de basisvorming in hun voorbereiding hebben laten meewegen en in welke mate hun verwachtingen in de praktijk zijn uitgekomen. Het is duidelijk dat het nieuwe wiskundeprogramma voor de basisvorming door de wiskundesecties bijzonder serieus is genomen, en zij hebben in overgrote meerderheid een nieuwe methode ingevoerd. Het beeld van bijvoorbeeld het vak Engels verschilt daar sterk van. (Zie Edelenbos en van Streun, Moderne Talen, 1994.) Ook de start van het onderwijs in het eerste leerjaar stemt tot tevredenheid.
Natuurlijk zijn er nog wel kanttekeningen te maken. Stemt de onderwijspraktijk in het begin van het eerste leerjaar niet altijd tot tevredenheid?
Bevatten de nieuwe boeken voldoende leerstof voor het eerste jaar en wordt er eigenlijk genoeg geleerd? Gaan de goede leerlingen zich op den duur niet vervelen? Zijn de leuke onderwerpen in (het begin van) het eerste leerjaar geplaatst en komt de klap in het tweede leerjaar? Zal onder de druk van de nieuwe examenprogramma's en de aansluiting op 4 havo en 4 vwo met terugwerkende kracht het meer ontspannen wiskunde-onderwijs in de basisvorming niet toch weer onder spanning komen te staan?

Er zijn ongetwijfeld nog veel vragen, die dit verkennend onderzoek onbeantwoord laat. In het vervolgonderzoek bij een grotere groep scholen kan de stem van de onderwijspraktijk na 1 jaar basisvorming worden gehoord. Een veldaanvraag voor financiering van zo'n onderzoek lijkt de moeite waard.



► Supergraph Plus

Jan Koekkoek

Soms wens je als docent wiskunde dat je beschikt over een eenvoudig programma waarmee er snel een grafiekje op een computerscherm tevoorschijn kan worden getoverd. Het doel is dan om het verloop van een bepaalde grafiek te laten zien. Of wat er gebeurt met de grafiek van een functie na een kleine wijziging in het functievoorschrift. Of je wilt dat de leerlingen er zelf mee aan het werk gaan en al experimenterend tot bepaalde regelmatigheden komen. Voorbeelden hiervan zijn het verloop van de grafiek van een bepaald type functie of het functievoorschrift na een transformatie.

Deze wens kan nu in vervulling gaan, want de firma Visiria heeft een programma uitgebracht dat aan bovengenoemde wensen voldoet. Het programma is geheel menu-gestuurd, is eenvoudig in het gebruik en met name geschikt in het voortgezet onderwijs in de onderbouw, begin bovenbouw. Met name is dit programma goed toepasbaar in het leerstofgebied 'Verbanden, grafieken en functies' van de basisvorming: analyseren van grafieken - stijgen/dalen - asymptotisch gedrag - symmetrie enz.

Het programma werkt in een DOS-omgeving en vraagt weinig geheugen. Op de overbekende NIVO-apparatuur werkt dit programma dus goed.

In het hoofdmenu vinden we de onderdelen: invoer functie, punt van *f*, tabel van *f*, cirkel, lijn, grenswaarde, instellingen variabele. Het grote voordeel van dit programma zit in de flexibiliteit waarmee de te gebruiken variabelen gedefinieerd kunnen worden. De gebruiker is niet meer afhankelijk van x en y, maar kan de variabele geheel naar eigen wens kiezen. Daarentegen is het niet mogelijk een functie vanuit een tabel in te voeren en hiervan een grafiek te tekenen. Zie figuur 1.

Het programma kan tegelijkertijd grafieken van 15 verschillende functies in beeld brengen. Elke grafiek krijgt dan een andere kleur, zodat een en ander niet ten koste gaat van de overzichtelijkheid.

Bij 'tabel van *f*' krijgen we standaard 11 punten in beeld, zodat het ingestelde domein in precies 10 even grote stukjes wordt verdeeld.

Met 'grenswaarde' is zowel het domein als het bereik in te stellen. Jammer is dat bij zowel domein als bereik slechts gehele waarden kunnen worden ingegeven. Sterk uitvergroten om het gedrag van de grafiek (functie) te onderzoeken rond een bepaald punt is dus niet echt mogelijk.

Het programma kent nog meer beperkingen. Zo is het opslaan van functies (of grafieken) op diskette niet mogelijk en zijn de stapjes waarmee de grafiek getekend wordt te groot.

Een grafiek als die van de functie $f(x)=\sin(\frac{1}{x})$ $(x\neq 0)$ levert de nodige problemen op (zie figuur 2). Dit maakt het programma minder geschikt voor gebruik in de bovenbouw.

Zoals elk pakket van Visiria wordt het geleverd in een fraaie stevige map. Er is een handleiding aanwezig. Ook een aantal leerlingenwerkbladen zijn toegevoegd.

Zowel docent als leerling kan goed uit de voeten met het programma.

Uitg. mij. Visiria, H. de Manpark 4, 3411 ZP Lopik, tel.: 03485 - 2982

Figuur 1

cijfer

punten

Functie-invoer
Punt van f
Tabel van f
Cirkel
Lijn
Schoonmaken
Grenswaarden
Instellingen
Variabelen
Einde

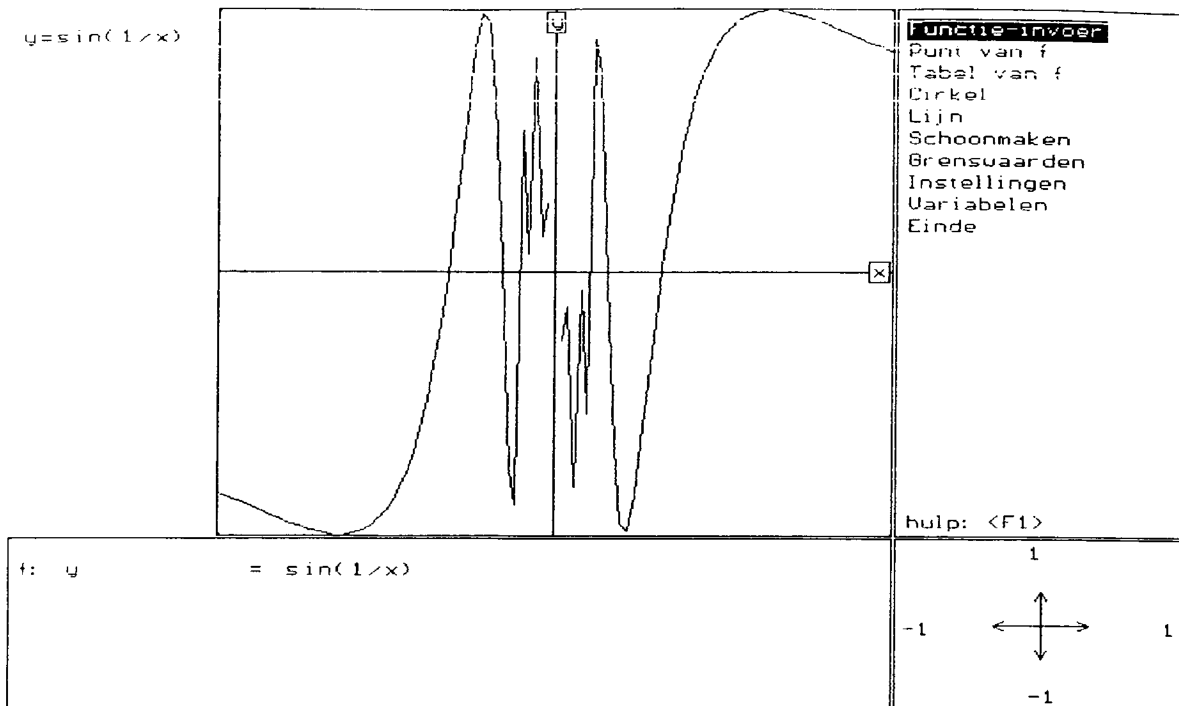
hulp: <F1>

te gebruiken variabelen:

horizontale as: punten

verticale as: cijfer

10
-10
10
-10



Figuur 2

● Serie ● ● ● ●

'Rekenen in W12-16'

▶ NVORWO, een rekenclub

Ed de Moor

In de voorgaande acht afleveringen hebben wij op deze pagina steeds door middel van een inhoudelijk stukje aandacht besteed aan het vak rekenen. Het is een onderdeel van het wiskundeonderwijs, waarmee de leraren van het v.o. in het algemeen niet tot in de finesses bekend zijn. Toch hebben alle leraren er mee van doen in het nieuwe programma van de basisvorming. Euclides is van oudsher een blad voor de wiskundeleraar. Het rekenonderwijs heeft daar nooit een prominente rol in gehad.

De auteurs van de voorgaande artikelen van deze reeks zijn de redactie van Euclides erkentelijk, dat zij de gelegenheid gehad hebben om gedurende de afgelopen jaargang iets te laten zien van enkele specifieke elementen van dit vak. Wij hopen dat wij duidelijk hebben kunnen maken dat rekenen niet afgerond is op de basisschool, dat rekenen een essentieel onderdeel van de wiskunde is, dat er vooruitgang geboekt is op het gebied van de rekendidactiek, dat rekenen een noodzakelijke voorwaarde is voor het toepassen van de wiskunde en de zogenoemde redzaamheid in het dagelijks leven, maar vooral dat rekenen ook heel interessant en leuk kan zijn.
Nu is daar natuurlijk veel meer over te vertellen dan wij in deze jaargang hebben kunnen realiseren. Daarom willen we de lezer wijzen op het bestaan van de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling



van het Reken-Wiskunde Onderwijs (opgericht in 1982). De NVORWO is een algemene, onafhankelijke vakvereniging, die zich inzet voor de verbetering van het reken-wiskundeonderwijs voor de leeftijdsgroep 4-14 jaar. Net als de NVvW, met wie de NVORWO een goede samenwerking onderhoudt, probeert zij dit doel te bereiken door het organiseren van studiedagen en conferenties, het instellen van werk- en studiegroepen e.d.

De NVORWO participeert in een drietal tijdschriften over rekenen:

- *'Willem Bartjens'*, gericht op het basisonderwijs, maar ook zeer interessant voor leraren v.o., die zich met rekenen bezig houden (5 nummers per jaar, *f* 40.-)
- *'Panama-Post'*, tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs (4 maal per jaar, *f* 40.-)
- *'Het Ei van Columbus'*, rekenkrant voor kinderen (3 maal per jaar, gratis voor leden NVORWO)
- leden van de NVORWO betalen voor de 3 tijdschriften samen *f* 65.-

Voor inlichtingen wende men zich tot het bureausecretariaat van de NVORWO, dat bij het Freudenthal instituut is ondergebracht: Mw. Betty Heijman (030- 611611) of tot de secretaris Huub Jansen (03465-62154).

Wij danken het bestuur de NVvW dat het ons de gelegenheid gegeven heeft om onze vereniging ook bij de wiskundeleraren bekend te mogen maken. Tenslotte spreken wij de hoop uit dat de samenwerking tussen de NVvW en de NVORWO vruchtbaar zal blijven en in de toekomst verder geïntensiveerd zal worden.

● Interview ● ● ● ●



▶ 'Ik wil de eigen oplossingen van leerlingen waarderen'

Thecla Ikelaar, 41 jaar, is sinds 4 jaar lerares aan de Stichting Joodse Kindergemeenschap Cheider te Amsterdam. Zij heeft dit jaar één brugklas, een kleine meisjesgroep, 4 uur per week.

Kun je iets meer van de school vertellen?
'Het Cheider' is een school voor Orthodox-Joodse kinderen. Het woord Cheider betekent leerkamer.
Het Cheider is een jonge school. De school heeft ook een afdeling voor basisonderwijs, alsmede een peuterafdeling. Het voortgezet onderwijs omvat mavo, havo en vwo. Jongens en meisjes krijgen gescheiden les. Naast de profane vakken krijgen de meisjes 13 uur per week een Joods programma, en 2 à 3 uur modern Hebreeuws.

Hoe heb je een methode gekozen? Werk je alleen uit het boek?
Het boek moest overzichtelijk zijn, en voor alle niveaus voldoende stof bieden. Ik gebruik nu Getal & Ruimte. Soms, vooral als ik een onderwerp wil introduceren, gebruik ik dingen uit andere boeken (WL, MW), of uit pakketjes. Open vragen vind ik belangrijk.
Soms wil ik knippen en plakken, of een puzzel geven. Puzzels haal ik bijvoorbeeld uit een boek van Martin Gardner. Mijn leerlingen van dit jaar houden trouwens minder van puzzels dan die van vorig jaar; maar dat kan toeval zijn.

Hoe maak je proefwerken? Hoe kijk je ze na?
Ik gebruik de proefwerkbundel bij de methode. Veel vragen maak ik altijd zelf. Ook overleg ik wel met collega's van andere scholen. Als je weinig leerlingen hebt, moet je letten op een juist niveau.
Het corrigeren kost me veel tijd. Ik wil dat zorgvuldig doen. Je moet de eigen oplossingen van leerlingen begrijpen en waarderen.

Wat vind je van het nieuwe onderbouwprogramma? Bevalt het?
Ja, in het oude programma lag de nadruk veel meer op instrumenten voor later. Ik wil de leerlingen leren hóe ze problemen kunnen aanpakken. Dat kan nu beter. Wij hebben trouwens een goede aansluiting op het basisonderwijs van het Cheider.
Een bezwaar vind ik, dat wiskunde nu meer bij de zaakvakken hoort, want de taal speelt een grotere rol. Mensen met taalproblemen konden vroeger gemakkelijker aan wiskunde werken. Ikzelf merk dat ook, omdat ik dyslectisch ben.

Wat is je verder opgevallen?
Zo'n vraag overvalt me eigenlijk! Ik wil zelf het overzicht houden op wat er gebeurt.
Over de rol van de context wil ik nog wel iets zeggen. Het is moeilijker om goede voorbeelden te vinden. Dat zie je ook in de boeken. Sommige voorbeelden zijn blijkbaar gezocht bij de som, en niet omgekeerd.
Ik heb ook een bevoegdheid handwerken. Zoals ik ergens breien beschreven zag, zo zou iemand die handwerkt dat niet doen.

Martinus van Hoorn

▶ Een Rekenkundig Huis

F. Weerstra

Als leraar werk je vaak halfbewust vanuit logische verbanden. Ook leerlingen, die geen moeite hebben met exacte vakken, doen dit. Ze 'zien' de oplossing of aanpak gewoon.
Nu is er ook een groep leerlingen bij wie wiskundig inzicht niet komt aanwaaien. Zij lopen dan uiteindelijk vast in een te pragmatische methode, waarbij regeltjes en denkschema's in combinatie met rekenapparatuur de overhand hebben. Een behoorlijk aantal leerlingen is erbij gebaat, dat een zelfstandig, logisch denkvermogen bewust bij hen ontwikkeld wordt. Mijn ervaring als bijlesleraar is, dat dit een gunstig effect heeft op het goed omgaan met opgaveteksten, formules en de rekenmachine.

De afgelopen vijftien jaar heb ik veel leerlingen van veertien jaar en ouder, afkomstig uit allerlei mavo-, havo- en vwo-klassen, individueel begeleid bij de vakken wiskunde, scheikunde of natuurkunde. Naast individuele en vakspecifieke verschillen ontdekte ik ook overeenkomstige problemen van wiskundige en rekenkundige aard. In het algemeen gesproken kwam ik een gebrek aan inzicht tegen in het karakter van rekenkundige bewerkingen. Geleerde regels werden door het ontbreken van begrip verkeerd toegepast. Veel leerlingen konden maar moeizaam boven de lesstof staan en zichzelf corrigeren.

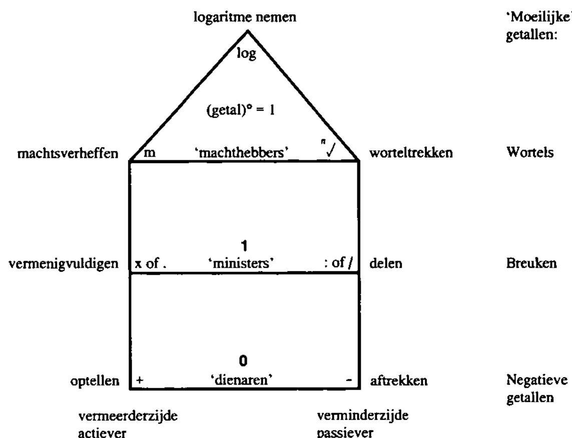
Bij een bijles kijk ik eerst hoe de lesstof beschreven wordt en vraag hoe de leraar deze besproken heeft. Vervolgens probeer ik erachter te komen wat er niet begrepen wordt en welke hiaten in de achtergrondkennis een rol spelen. Hiertoe laat ik de leerling een opgavetekst voorlezen en analyseren. Van daaruit gaan we op pad. Tijdens de zoektocht is er ruimte voor meerdere formuleringen en manieren van oplossen. Ik probeer het geheugen en het voorstellingsvermogen te stimuleren, eventueel door dingen in een verband te plaatsen. Wanneer een leerling een fout maakt, help ik deze achteraf te ontdekken. Ik laat ook meestal een tweede reden zien op grond waarvan blijkt of een antwoord goed of fout is.
Modellen zijn achtergrondkennis en geheugensteuntjes voor mij. Daar waar nodig vertel ik ze en kijk in hoeverre ze aansluiten bij die bepaalde leerling. Ik heb meegemaakt dat een mavo-model een 6-vwo-leerling over de drempel hielp. Ook met de door mijzelf ontwikkelde hulpvoorstellingen ga ik terughoudend om.

Aan de hand van het totaalbeeld, zoals u dat in de figuur ziet staan, kunnen een aantal zaken verduidelijkt worden waarmee leerlingen de mist in gaan. Ik noem dit het Rekenkundig Huis. Het Rekenkundig Huis wordt het meest gewaardeerd door leerlingen, die zich gemakkelijk voorstellingen maken.

U ziet drie etages getekend, die de verbinding vormen tussen tegenovergestelde bewerkingen. Uitgaande van positieve, gehele getallen komen een vermeerder- en een verminderzijde te voorschijn.

Rechts van de verminderzijde noem ik die getallen, die regelmatig problemen gaven tijdens de bijlessen. Ze hebben een directe relatie tot het niveau waarop ze staan. Vooral de verschillende bewerkingen met breuken konden goed met Het Huis worden verduidelijkt.
Ik noem de vermeerderzijde 'actiever', omdat bewerkingen van deze kant duidelijk meer gebruikt worden. Waar nodig wijs ik leerlingen erop, dat ook bewerkingen van de verminderzijde ermee aangepakt kunnen worden. Een voorbeeld hiervan is het oplossen van 23 - 8 via 8 + 15.
Ook de wiskunde laat een voorkeur voor de vermeerderzijde zien: -3 wordt soms omgezet in

$+ (-3)$; $:3$ in $\times\frac{1}{3}$ en $\sqrt[3]{..}$ in $(..)^{\frac{1}{3}}$



Veel van mijn bijlesleerlingen hadden moeite met zulke omzettingen. Dit was een reden waarom de $^1/_x$ toets op de rekenmachine weinig benut werd, als dit handig was.

Per etage zijn de bewerkingen gelijkwaardig. In de praktijk houdt dit in, dat per etage de volgorde van berekenen er niet toe doet. Dit inzicht is van waarde om goed te leren schatten of handig te kunnen uitrekenen. Bij keer en delen haal ik de gelijkwaardigheid naar voren in verband met de tekenregels. Leerlingen weten vaak niet, dat als min keer min plus geeft, dit ook voor min gedeeld door min geldt. Ik kwam tot de ontdekking, dat de regel 'Meneer Van Dalen Wacht Op Antwoord' een veroorzaker was van de onderwaardering van de deling ten opzichte van de vermenigvuldiging en van het worteltrekken ten opzichte van het machtsverheffen. Een goede schrijfwijze in combinatie met het Rekenkundig Huis maakt deze onlogische regel overbodig.

De etages staan boven elkaar en dit geeft een aantal didactische mogelijkheden.

Keer staat als herhaalde optelling boven de plus. Het machtsverheffen komt daar weer boven als een herhaalde vermenigvuldiging. Ik wijs leerlingen erop, dat hierin de logische reden schuil gaat, waarom bijvoorbeeld $5 + 2 \times 3^2$ moet worden uitgerekend via $5 + 2 \times 9 = 5 + 18$.

De veel gebruikte Casio-rekenmachines houden ook deze volgorde aan, waarbij de hoger liggende etage voorgaat en er per etage gelijkwaardigheid heerst. De toetsen voor machtsverheffen, worteltrekken en het nemen van logaritmen werken allemaal direct op het getal dat op het display staat. In die zin zijn ze gelijkwaardig.

Bij het oplossen van bepaalde vergelijkingen, zoals $-3x + 5 = 1 - x$ of $^2/_9\,x^2 - 2 = 6$, beginnen eerst de 'dienaren plus en min' te lopen. Vervolgens wordt er vermenigvuldigd of gedeeld. Als laatste komen de 'machthebbers', die het dichtste bij de onbekende x staan, aan de beurt om de oplossing vrij te geven.
[In plaats van de aanduidingen 'begane grond, eerste en tweede etage' gebruik ik soms karakteristieke namen als 'dienaren, ministers, machthebbers'. Deze spreken vooral jongere leerlingen aan.]
Bij een systematische aanpak moet per etage de tegengestelde bewerking worden opgeroepen. Sommige leerlingen gebruiken liever een invullende methode. Ze komen dan bijvoorbeeld via de vraagstelling 'Welk getal min twee geeft zes?' tot $^2/_9\,x^2 = 8$ en gaan daarna in stapjes verder tot de oplossing gevonden is.
Ik laat een leerling de gevonden waarde(n) ter controle invullen in de beginvergelijking.
Verder leer ik hen elke rekenstap eerst hardop in zichzelf te formuleren.

Waar treedt wel of geen distributie op? Aan de hand van een schets van het Rekenkundig Huis toon ik aan dat 'machthebbers' rechtstreeks over de 'ministers' heersen en deze over de 'dienaren'. Hieruit volgen twee analoge distributie-regels :

$$\left(\frac{a.b}{c}\right)^m = \frac{a^m.b^m}{c^m} \text{ en } m.(a+b-c) = m.a + m.b - m.c$$

Door voor m een enkelvoudige breuk te lezen, zijn deze regels te herschrijven voor worteltrekken respectievelijk delen.
In de praktijk kon ik met behulp van de etages duidelijk maken, dat $\sqrt{(a^2 + b^2)}$ niet $a + b$ is en dat $(a - b)^2$ alleen uitgewerkt kan worden via herhaalde vermenigvuldiging.
Een ander misverstand betrof het verschil tussen $(a.b){:}c$ waar op grond van gelijkwaardigheid geen distributie plaats vindt en $(a+b){:}c$ waar wel distributie plaats vindt.

Aan de getallen 0 en 1 moet extra aandacht worden besteed. Wanneer bij optellen en aftrekken de waarde van een getal wordt opgeheven is nul de uitkomst. Bij keer en delen ontstaat in zo'n geval de waarde 1. Dit was niet elke leerling zich bewust. Keer nul en delen door nul leg ik uit met behulp van de onderstaande reeks :

$$0 \leftarrow \frac{1}{1000}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{2}\ 1\ \frac{2}{1}\ \frac{10}{1}\ \frac{1000}{1} \rightarrow \infty$$

Verder moet ik leerlingen er regelmatig op wijzen, dat bij keer- en deelsituaties het getal 1 erbij gedacht moet worden.

En dan rest nog de plaatsing van de logaritme in de nok van het Rekenkundig Huis. Uitgewerkt voor een getallenvoorbeeld blijkt de samenhang met het machtsverheffen en het worteltrekken :

$$2^4 = 16 \rightarrow 2^{\frac{4}{1}} \text{ en } \sqrt[4]{16} = 2 \rightarrow 16^{\frac{1}{4}}$$

$${}^2\log 16 = {}^4/_1 \text{ en } {}^{16}\log 2 = {}^1/_4$$

In de praktijk is de relatie tussen logaritme en wortel zwak, omdat van de wortel een macht wordt gemaakt en we meestal verder rekenen met de ${}^{10}\log$. Logaritmen behandel ik altijd in samenhang met de wetmatigheden in de exponent, die ik aan de hand van het Huis uitleg.

Tot zover deze samenvatting van een aantal hoofdstukken uit het boekje 'Het Rekenkundig Huis'*)

*) U kunt het boekje bestellen:
door storting van ƒ 19,90 (ƒ 15,95 + verzendkosten) op giro 27.81.123 van F. Weerstra te Winsum onder vermelding van 'Het Rekenkundig Huis'

▶ Methodekeuze

Tegelijk met de basisvorming is een nieuw wiskundeprogramma ingevoerd. Velen vinden het interessant om te zien welke methodes nu gekozen zijn. Ook voorheen is daarnaar gekeken.
Ik schrijf niet, dat naar de keuze van methodes *onderzoek* is gedaan. Dan zou ik immers verklaren, dat er *serieus* is gekeken naar de keuze van methodes. De percentages die gepubliceerd worden lopen echter te zeer uiteen om ze allemaal serieus te nemen.
Enkele jaren geleden correspondeerde ik (met een Cito-medewerker) over deze materie. Ik vroeg om bij gegeven percentages aan te geven of deze percentages betrekking hadden op:
- het aantal scholen dat met een bepaalde methode werkt;
- of (omdat de scholen niet allemaal even groot zijn): het aantal leerlingen dat met een bepaalde methode werkt;
- of (omdat boekenfondsen niet alle dezelfde vervangingstermijn hanteren): het aantal boeken dat van een bepaalde methode verkocht wordt.
Dit alles dan natuurlijk nog weer per soort onderwijs, per klas en per jaar. Dit bleek te veel gevraagd. Het ging immers slechts om een *ruw* onderzoek!

In het schooljaar 1992-1993 zijn methodekeuzeconferenties gehouden, een geheel nieuw verschijnsel. De bedoeling was, dat leraren de methodes voor de onderbouw zouden vergelijken, om een zo verantwoord mogelijke keuze te maken. Het feit dat er een

nieuwe methode gekozen moest worden stond niet ter discussie. Dat was een zekerheid.
Al in juni 1993 schreef de hoofdredactie van de Nieuwe Wiskrant (Rijks Universiteit Utrecht) over de uitkomsten van het keuzeproces. Zij schreef:
'We voorspellen de volgende verdeling:

Getal & Ruimte	*35-40%*
Moderne Wiskunde	*25-30%*
Netwerk	*15-20%*
Wiskunde Lijn	*10-15%*

De resterende 5% is voor onder andere De Wageningse Methode, Realistische Wiskunde en Piramide.'

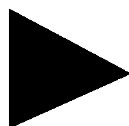
Gedurende het schooljaar 1994-1995 werden enkele enquêtes gehouden. We noemen hieronder twee enquêtes.

Het RION te Groningen bevroeg, in samenwerking met onder meer de werkgroep wiskundedidactiek van de Rijks Universiteit Groningen, van 236 scholen de secties Engels en wiskunde; 92 wiskundesecties reageerden. Van deze 92 secties gaven 80 op welke overgang van een oude naar een nieuwe methode zij hadden gemaakt; elders in dit nummer staan uitkomsten van dit onderzoek.
Zo blijkt dat de methodes Getal & Ruimte, Moderne Wiskunde en Netwerk elk op 25 à 30% van de scholen (op)nieuw gekozen zijn. Op enige afstand volgt Wiskunde Lijn (10 à 15%), en verder wordt alleen nog Realistische Wiskunde genoemd (met minder dan 5%). Hiermee lijkt verteld hoe de markt is verdeeld.
De representativiteit van dit zgn. onderzoek laat echter zeer te wensen over. Van de 236 aangeschreven scholen reageerden er 92 wiskundesecties (39%). Uiteindelijk hebben 80 wiskundesecties (34%) de vraag over de overgang van een oude naar een nieuwe methode beantwoord. Anne van Streun, die het onderzoek mede uitvoerde, schrijft al dat kennelijk de gebruikers van Getal & Ruimte bij de beantwoorders ondervertegenwoordigd waren.

Het Procesmanagement Basisvorming zat evenmin stil. Alle scholen met een eerste fase kregen een uitvoerige enquête voorgelegd. Er kwamen 866(*) bruikbare beantwoordingen binnen. Van deze 866 scholen verklaart 79% een nieuwe wiskundemethode te hebben aangeschaft. Wiskunde is de topper, zo lezen we in Info-Reeks Basisvorming nummer 7. Als dit klopt heeft ruim 20% van de 866 scholen géén nieuwe wiskundemethode aangeschaft. We zijn geneigd dit met een grote korrel zout te nemen. De percentages van de Nieuwe Wiskrant en die van het RION kunnen we gevoeglijk eveneens met een grote korrel zout nemen.
En hoe het echt zit met de methodekeuze blijkt zo niet.

(*) Over het totale aantal scholen bestaat onzekerheid. Het Procesmanagement Basisvorming verzond haar enquête naar 1251 scholen, maar meldt achteraf dat 866 scholen 73% van alle scholen met een eerste fase vormen. Terugrekenend komen we dan op 1179 à 1194 scholen met een eerste fase.

M.van Hoorn



Mededeling

Wiskunde A-lympiade - De voorronde op school

De voorronde van de wiskunde A-lympiade mag zich in een sterk groeiende belangstelling verheugen.
Op 10 december jl. hebben bijna 1000 leerlingen in 280 teams, afkomstig van meer dan 90 scholen meegedaan aan de voorronde 1993-1994.
Op de prijsuitreiking van de finale op 16 april jl. is een boekje verschenen met de titel 'De voorronde op school'. Daarin staan tips voor het op school organiseren van een integrale voorronde, alsmede de voorronde opgaven van de laatste vier jaren. Dit boekje is te bestellen door *f* 3,50 over te maken op giro 229952 van het Freudenthal instituut te Utrecht onder vermelding van uw naam en adres en 'De voorronde op school'. Het boekje wordt u dan zo spoedig mogelijk toegezonden.

● Werkblad ●

1. Telefoneren

Afgelopen 15 maart kwam er van PTT-Telecom een brochure in de brievenbus. Daarin stond onder meer de volgende tekst.

Voor het bellen binnen het basistariefgebied (binnen het eigen netnummergebied en een aantal naastgelegen netnummergebieden) worden de tarieven als volgt gewijzigd:

Tijdstip	*Huidig tarief*	*Nieuw tarief*
ma t/m vr 08 - 18 uur	*f 0,15 per 4 minuten*	*f 0,15 per 2,5 minuten*
ma t/m vr 18 - 08 uur, en in het weekend	*f 0,15 per 8 minuten*	*f 0,15 per 5 minuten*

a. Met hoeveel cent per minuut worden de tarieven die geldig zijn voor werkdagen overdag verhoogd?
b. Met hoeveel procent worden de andere tarieven verhoogd?

2. Klaverjastoernooi

Klaverjassen is een kaartspel dat je paarsgewijs speelt.
Een toernooi wordt gespeeld volgens het afvalsysteem. Na elke ronde mag het verliezende paar zijn biezen pakken, het winnende paar gaat naar de volgende ronde.
Er worden 6 rondes gespeeld aleer de kampioenen hun prijs in ontvangst mogen nemen.

Hoeveel spelers hebben aan het toernooi meegedaan?

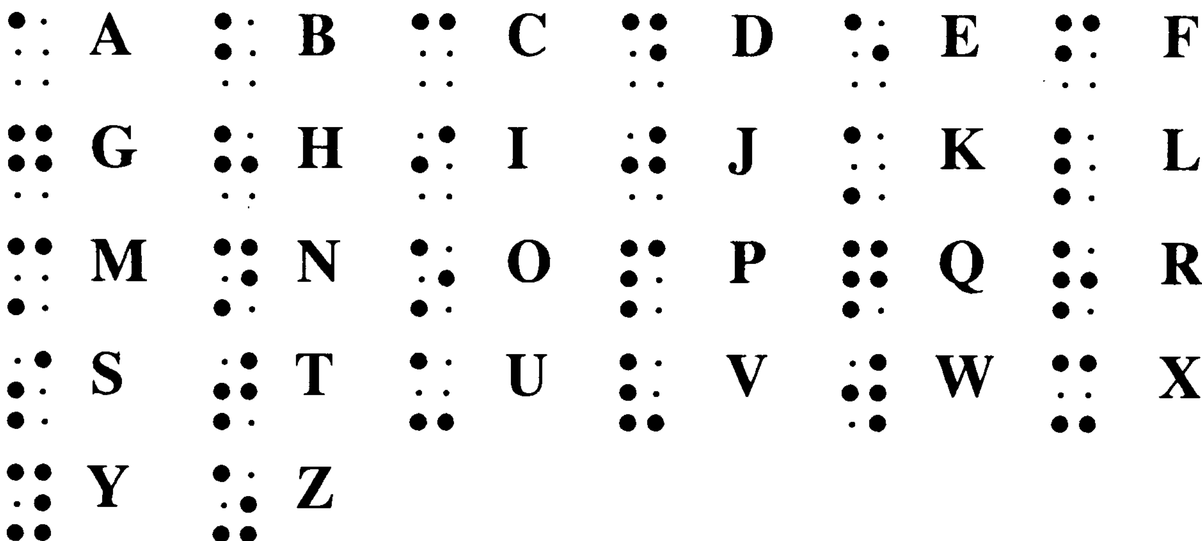
Uit: tentamen mavo-4 april 1994, S.G. Greijdanus, Zwolle.

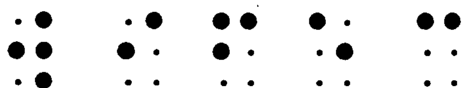
● Werkblad ●

3. Blindenschrift

In ons letterschrift zijn spelletjes mogelijk: je kunt de naam WIM opschrijven en het blad omdraaien, en met een beetje goede wil les je dan weer WIM. Of: je kunt de naam OTTO spiegelen en dan staat er weer OTTO. Hierbij vind je hoe in het blindenschrift de letters weergegeven worden. Zoals je ziet zijn er 6 plaatsen waar een punt kan staan. Een letter kan bestaan uit 1, 2, 3, 4 of 5 punten.
Met de letters uit het blindenschrift kun je misschien ook weer spelletjes doen.

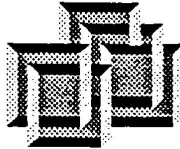
a. Welke letters uit het blindenschrift kun je omdraaien, en zijn dan ook weer een letter?
b. Maak drie rechthoekjes van 2 bij 3 hokjes. Als je de naam WIM in blindenschrift omdraait, hoe komen de dikke punten dan te staan?
c. Welke letters in het blindenschrift zijn spiegelsymmetrisch?
d. In de tweede figuur staan vijf letters in blindenschrift, als je die letters spiegelt in de lijn ernaast, welke letters krijg je dan (in de spiegelvolgorde)?





Uit: tentamen mavo-4 april 1994, S.G. Greijdanus, Zwolle.

34th INTERNATIONAL
MATHEMATICAL OLYMPIAD
ISTANBUL, 1993



De XXXIVe Internationale Wiskunde Olympiade 1993

J.G.M. Donkers

In 1993 werd de 34e Internationale Wiskunde Olympiade gehouden van 13 tot 24 juli in Istanbul. Er waren 412 deelnemers uit 73 landen.

De Nederlandse ploeg bestond uit de volgende leerlingen:
Kevin Backhouse (16) Helmond
Koen Claessen (17) Prinsenbeek
Freek Dijkstra (18) Weesp
Thorsten Gragert (18) Enschede
Marcus Martina (18) Alphen
Jitse Niesen (18) Belfeld

Jitse ontving een bronzen medaille (3e prijs) en Marcus een eervolle vermelding. (Degenen die buiten de prijzen vallen maar wel voor tenminste één opgave de maximale score van 7 punten hebben behaald krijgen een eervolle vermelding.)

De wedstrijd vond plaats op 18 en 19 juli in de zalen van het Ataköy Turistik Tesisleri in een voorstad van Istanbul. De deelnemers kregen op beide dagen $4\frac{1}{2}$ uur voor drie opgaven. 199 van hen kregen een prijs (medaille + oorkonde), 35 goud (30 t/m 42 punten), 66 zilver (20 t/m 29 punten) en 98 brons (11 t/m 19 punten). Er waren 2 deelnemers met de maximale score van 42 punten.

In het landenklassement kwam China op de eerste plaats met 215 punten, gevolgd door Duitsland en Bulgarije met resp. 189 en 178 punten. Nederland was 35e met 58 punten.
Tijdens de slotbijeenkomst nodigde de vertegenwoordiger van Hong Kong alle landen uit in 1994 aanwezig te zijn bij de 35e Olympiade in Hong Kong.

De Nederlandse ploeg

De scores van de Nederlandse deelnemers waren als volgt:

	Opgaven						
	1	2	3	4	5	6	Totaal
Kevin Backhouse	0	0	0	3	3	2	8
Koen Claessen	0	0	0	2	6	2	10
Freek Dijkstra	0	0	3	1	1	2	7
Thorsten Gragert	0	1	4	0	2	2	9
Marcus Martina	0	0	1	0	7	0	8
Jitse Niesen	7	0	0	2	7	0	16
Totaal	7	1	8	8	26	8	58

Vijf leden van de Nederlandse ploeg hebben dit jaar eindexamen vwo gedaan en studeren inmiddels wiskunde en/of natuurkunde en/of informatica aan een Nederlandse universiteit. Evenals voorgaande jaren werd ook nu de ploeg begeleid door drs. J.M. Notenboom (HMN Utrecht) en drs. J.G.M. Donkers (T.U. Eindhoven). De voorzitter van de Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde, prof. dr. H.J.A. Duparc, ging weer mee als waarnemer.
Hoe is de Nederlandse ploeg tot stand gekomen?
Uit de 2442 deelnemers aan de eerste ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 1992 (afkomstig van 219 scholen) werden de 101 beste toegelaten tot de tweede ronde die in september gehouden werd aan de Technische Universiteit in Eindhoven. De beste vijftien van de tweede ronde kregen een uitnodiging om deel te nemen aan de training voor de Internationale Wiskunde Olympiade. Hieraan hebben er twaalf actief deelgenomen.
De training, die evenals voorgaande jaren werd verzorgd door J. Donkers, begon in oktober/november '92 en geschiedde d.m.v. lesbrieven. Vervolgens was

er een vijfdaags trainingskamp in Valkenswaard in de tweede week van juni, waarbij assistentie werd verleend door de oud olympiade-deelnemers Reyer Gerlach, Harm Derksen en Sander van Rijnswou. Direkt na het kamp werd de samenstelling van de ploeg bekend gemaakt. Voor de leden van de ploeg was er in de eerste week van juli nog een kort trainingskamp van drie dagen aan de T.U. in Eindhoven.

Rondom de olympiade

Na een reis met strenge veiligheidsmaatregelen kwamen we op vrijdag 16 juli in Istanbul aan. We werden ondergebracht in het Ataköy Holliday Village, niet ver van het vliegveld, aan de rand van Istanbul en gelegen direct aan het water van de zee van Marmora. Na de eerste openingsplechtigheid op zaterdag volgde op zondag en maandag de wedstrijd. De eerste dag was voor onze jongens teleurstellend. Gelukkig was het resultaat van de tweede dag aanzienlijk beter. De besprekingen van de correctie verliepen soepel. Hierbij bleek dat bijna alle deelnemers dit jaar met de problemen hebben geworsteld.
De Turkse organisatie had voor ons enkele mooie excursies op het programma. Zo bezochten we het oude centrum van Istanbul met het Topkapi-paleis, de Aya Sophia, de Blauwe Moskee, de Grote Bazaar en het Dolmabahçe paleis. We zwommen in de Zwarte Zee, bezochten de Prinsen-eilanden in de Zee van Marmora en maakten een schitterende boottocht over de Bosporus. Na de sluitingsplechtigheid op vrijdag 23 juli was er 's avonds in de paleistuinen van het Beylerbeyi Paleis het onvergetelijke slotdiner. Dit paleis, het vroegere gastenverblijf van de sultans, ligt direkt aan het water aan de Aziatische zijde van de Bosporus. Men heeft er een prachtig uitzicht op de oude stad.

Organisatie van de IWO

De organisatie van een Internationale Wiskunde Olympiade is een veelomvattende en kostbare aangelegenheid. Behalve de praktische organisatie van logies, voeding, vervoer e.d. (dit jaar voortreffelijk



Op een van de Prinsen-eilanden in de Bosporus: v.l.n.r. Thorsten Gragert, Freek Dijkstra, Tuba (de gids), Koen Claessen, Jitse Niesen, Kevin Backhouse, Marcus Martina.

verzorgd), is er ook de organisatie van de wedstrijd zelf, te weten de keuze van de opgaven, correctie en coördinatie enz. Inmiddels is er in de loop der jaren de nodige ervaring opgedaan en zijn een aantal zaken gestandaardiseerd. Desondanks duiken er ieder jaar wel weer problemen op die niet direct waren voorzien. Zo waren er dit jaar problemen met de keuze van de opgaven. Ik zal me beperken tot een bespreking hiervan. Hoe komen de opgaven tot stand? Van de deelnemende landen wordt verwacht dat ze vóór een bepaalde datum (dit jaar 15 april) enkele opgaven met oplossing (in het Engels) naar de organisatie sturen. In het organiserende land is een commissie van wiskundigen die de opgaven bestudeert en er daaruit 25 à 30 selecteert. Bovendien rubriceert de commissie de opgaven naar wiskundig onderwerp, classificeert ze naar geschatte moeilijksgraad, geeft zonodig een mate van aanbeveling en voorziet eventueel zowel de opgaven als de oplossingen van commentaar. De jury van de olympiade bepaalt de opgaven voor de wedstrijd. Ieder land heeft één vertegenwoordiger in de jury. Vijf dagen vóór de wedstrijd komt de jury bijeen en ontvangen de leden de door de bovengenoemde commissie geselecteerde opgaven. De beraadslagingen nemen gewoonlijk enkele dagen in beslag. Nadat de keuze is bepaald worden de opgaven vertaald in de talen van de deelnemende landen, immers alle deelnemers aan de wedstrijd krijgen de opgaven in hun eigen landstaal aangeboden. Dit jaar bleek na de wedstrijd een van de opgaven een variant te zijn van een opgave van de Russische olympiade van enkele jaren geleden. Het probleem van de keuze van goede olympiadeproblemen wordt met het jaar moeilijker. In enkele jaren tijd is het aantal deelnemende landen verdubbeld. De besluitvorming in de jury verloopt traag en is niet doorzichtig. Vele leden van de jury vertegenwoordigen weliswaar hun land, maar zijn in hun eigen land niet betrokken bij de training van de olympiade-deelnemers. Daardoor missen zij een brede kennis omtrent olympiadevraagstukken. Er wordt nu gedacht aan het instellen van een internationale commissie van deskundigen die bij de selectie zal worden betrokken. Hopelijk komt de keuze van de vraagstukken het volgende jaar zorgvuldiger tot stand.

Hierna volgen nog het landenklassement en de opgaven. De opgaven zijn ingezonden door achtereenvolgens: Ierland, Finland, Macedonië, Duitsland en Nederland. De Nederlandse opdracht is bedacht door prof. dr. N.G. de Bruijn.

Het landenklassement

1	China	215	38	Wit-Rusland (4)	54
2	Duitsland	189	39	Zweden	51
3	Bulgarije	178	40	Marokko	49
4	Rusland	177	41	Thailand	47
5	Taiwan	162	42	Zwitserland (4)	46
6	Iran	153	43	Argentinië	46
7	Verenigde Staten	151	44	Noorwegen (5)	44
8	Hongarije	143	45	Slovenië (5)	43
9	Vietnam	138	46	Nieuw-Zeeland	43
10	Tsjechië	132	47	Spanje	43
11	Roemenië	128	48	Macedonië (4)	42
12	Slowakije	126	49	Litouwen	41
13	Australië	125	50	Ierland	39
14	Engeland	118	51	Portugal	35
15	India	116	52	Azerbajdzjan	33
16	Zuid-Korea	116	53	Finland	33
17	Frankrijk	115	54	Filippijnen	33
18	Canada	113	55	Kroatië	32
19	Israël	113	56	Estland	31
20	Japan	98	57	Zuid-Afrika	30
21	Oekraïne	96	58	Trinidad & Tobago	30
22	Oostenrijk	87	59	Moldavië	29
23	Italië	86	60	Kirgizië (5)	28
24	Turkije	81	61	Mongolië	26
25	Kazachstan	80	62	Macao	24
26	Columbia	79	63	Mexico	24
27	Georgië	79	64	IJsland (4)	23
28	Armenië	78	65	Luxemburg (1)	20
29	Polen	78	66	Albanië	18
30	Singapore	75	67	Noord-Cyprus	17
31	Letland	73	68	Bahrein	16
32	Denemarken	72	69	Koeweit	16
33	Hong Kong	70	70	Indonesië	15
34	Brazilië	60	71	Bosnië-Herzegovina (2)	14
35	Nederland	58	72	Toerkmenistan (2)	9
36	Cuba	56	73	Algerije (5)	9
37	België	55			

INTERNATIONALE WISKUNDE OLYMPIADE, ISTANBUL 1993

Eerste dag

18 juli

1. Zij $f(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3$ waarbij n een geheel getal is groter dan 1.
   Bewijs dat $f(x)$ niet gelijk is aan het produkt van twee veeltermen die beide alleen gehele coëfficiënten hebben en die beide een graad hebben van tenminste 1.

2. Zij D een punt binnen een scherphoekige driehoek ABC zodanig dat

   $\angle ADB = \angle ACB + 90°$
   en $AC \cdot BD = AD \cdot BC$

   (a) Bereken de waarde van de verhouding $\dfrac{AB \cdot CD}{AC \cdot BD}$

   (b) Bewijs dat de raaklijnen in C aan de omgeschreven cirkels van de driehoeken ACD en BCD loodrecht op elkaar staan.

3. Op een oneindig schaakbord wordt het volgende spel gespeeld.
   Bij het begin staan er n^2 stukken op het bord in een $n \times n$ vierkant van velden, op elk veld één stuk.
   Een zet van het spel bestaat uit een sprong in horizontale of verticale richting over een aangrenzend bezet veld naar een onbezet veld daar direct naast. Het stuk waar overheen gesprongen is, wordt van het bord verwijderd.
   Bepaal de waarden van n waarvoor het spel kan eindigen met slechts één stuk op het bord.

Beschikbare tijd: $4\frac{1}{2}$ uur.
Voor elk probleem maximaal 7 punten.

INTERNATIONALE WISKUNDE OLYMPIADE, ISTANBUL 1993

Tweede dag

19 juli

4. Voor drie punten P, Q en R in het vlak wordt $m(PQR)$ gedefinieerd als het minimum van de lengte van de hoogtelijnen van driehoek PQR. (Als P, Q en R op één lijn liggen geldt $m(PQR) = 0$.)
   Gegeven zijn drie punten in het vlak; A, B en C.
   Bewijs dat voor elk punt X in het vlak geldt:

   $m(ABC) \leq m(ABX) + m(AXC) + m(XBC)$

5. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$.
   Onderzoek of er een functie $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ bestaat met de eigenschappen
   $f(1) = 2$
   $f(f(n)) = f(n) + n$ voor alle $n \in \mathbb{N}$,
   $f(n) < f(n + 1)$ voor alle $n \in \mathbb{N}$.

6. Zij n een getal groter dan 1. Voorts zijn er n in een cirkel geplaatste lampen $L_0, L_1, ..., L_{n-1}$.
Op elk moment is iedere lamp òf AAN òf UIT.
Een reeks stappen $S_0, S_1, ..., S_i, ...$ wordt uitgevoerd.
Stap S_j heeft alleen invloed op de toestand van L_j (de toestand van alle andere lampen blijft onveranderd) en wel als volgt:
als L_{j-1} AAN is, dan verandert S_j de toestand van L_j van AAN naar UIT of van UIT naar AAN;
als L_{j-1} UIT is, dan verandert S_j de toestand van L_j niet.
De lampen zijn mod n genummerd, dat wil zeggen $L_{-1} = L_{n-1}$, $L_0 = L_n$, $L_1 = L_{n+1}$, ...
In het begin zijn alle lampen AAN. Bewijs dat

(a) er een positief geheel getal $M(n)$ bestaat zodanig dat na $M(n)$ stappen alle lampen weer AAN zijn;
(b) als n van de gedaante 2^k is, alle lampen weer AAN zijn na $n^2 - 1$ stappen;
(c) als n van de gedaante $2^k + 1$ is, alle lampen weer AAN zijn na $n^2 - n + 1$ stappen.

Beschikbare tijd: $4\frac{1}{2}$ uur.
Voor elke probleem maximaal 7 punten.

● 40 jaar geleden ● ●

▶ Adres

ADRES VAN WIMECOS AAN DE MINISTER VAN ONDERWIJS, KUNSTEN EN WETENSCHAPPEN.

Rotterdam, 30 December 1953.

Aan Zijne Excellentie de Minister van
Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen,
Prinsessegracht,
's-GRAVENHAGE.

Excellentie,
Met verschuldigde eerbied wendt de Vereniging van Leraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Cosmographie aan Hogere Burgerscholen en Lycea (WIMECOS) zich tot Uwe Excellentie met het verzoek het vak mechanica, dat volgens artikel 16 van de Middelbaar-onderwijswet op de Hogere Burgerscholen-B moet worden onderwezen, op het programma van deze scholen als zelfstandig vak te handhaven.
Aanleiding tot dit verzoek is het adres van de Nederlandse Natuurkundige Vereniging (N.N.V.) op 19 Augustus 1953 aan Uwe Excellentie verzonden, in welk adres op afschaffing van het zelfstandige vak mechanica werd aangedrongen. Het Bestuur van WIMECOS verwacht van een eventuele inwilliging van de wens van de N.N.V. een daling van het niveau van de wis- en natuurkundige vakken op de Hogere Burgerscholen-B.
De omstandigheid, dat de Nederlandse Natuurkundige Vereniging verwijst naar haar vroeger adres van 11 Juni 1928 en het feit, dat ze zich bereid verklaart tot het opstellen van een nieuw examenprogramma, daaraan toevoegend: 'ongetwijfeld zullen ook de betrokken verenigingen van leraren hiertoe bereid zijn', brengen het Bestuur van WIMECOS ertoe het volgende onder de aandacht van Uwe Excellentie te brengen.
In 1928 zowel als in 1953 is de N.N.V. gekomen met het extremistisch advies de mechanica bij de natuurkunde in te lijven, terwijl in beide jaren de omstandigheden gunstig waren voor een reorganisatie van het mechanica-onderwijs met behoud van de mechanica als zelfstandig leervak.

Fragment van een brief van Wimecos aan de Minister, gepubliceerd in Euclides 29 (1953-1954).

▶ Wiskundigen aan het werk

B.L.J. Braaksma, A. van Streun

Oriëntatie

De Verkenningscommissie voor de Wiskunde heeft aan de minister een rapport uitgebracht onder de titel **'Wiskunde in beweging'** met aanbevelingen op het terrein van het onderwijs en het onderzoek. Een belangrijk thema is de stormachtige ontwikkeling van de wiskunde met spectaculaire vooruitgang op tal van zuiver en toegepast wiskundige gebieden. Daarnaast dringt de wiskunde steeds dieper door in de maatschappij. Die ontwikkeling wordt versterkt door de komst van steeds snellere computers met veelzijdige toepassingsmogelijkheden. Onze maatschappij functioneert niet meer zonder hoogwaardige technologie, waarin de wiskunde een essentiële rol speelt. Aan de grote vraag naar veelzijdig opgeleide wiskundigen kan evenwel steeds slechter worden voldaan wegens het achterblijvende aantal nieuwe studenten. De Verkenningscommissie wijt dat voor een belangrijk deel aan een verouderde **beeldvorming** van de discipline, mede in de hand gewerkt door het wiskunde-onderwijs in vwo B. De commissie pleit voor een gezamenlijke inspanning van universitaire wiskundigen en wiskundeleraren om goede studenten en studentes voor de wiskundestudie te interesseren. Daarbij moeten zowel de aantrekkelijkheid van de wiskunde als de goede **beroepsperspectieven** van wiskundig opgeleiden duidelijk worden gemaakt. De commissie doet ook een aantal aanbevelingen voor het aantrekkelijker maken van de **universitaire lerarenopleiding** wiskunde.
Dit artikel gaat in op de veronderstelde beeldvorming, de beroepsperspectieven, een enquête onder Groninger afgestudeerde wiskundigen en de universitaire lerarenopleiding wiskunde.

De beeldvorming

Enige tijd geleden heeft G.Y. Nieuwland een serie achtergrondartikelen in Euclides geschreven over het beroep van wiskundige[1], zodat we hier kunnen volstaan met de analyse uit het rapport 'Wiskunde in beweging'. Het is de verkenningscommissie opgevallen, dat veel vwo-leerlingen een volstrekt onjuist beeld hebben van de wiskunde en van de beroepsperspectieven van de wiskundige.
Wiskunde is in hun ogen een nuttig, maar moeilijk en saai vak met voornamelijk het leraarschap als beroepsmogelijkheid. Ten onrechte wordt gedacht dat de beroepsperspectieven in verwante vakken als natuurkunde, informatica en econometrie of in de technische studierichtingen beter zijn. Volgens de commissie kiezen nog steeds te veel zwakkere leerlingen wiskunde B in hun pakket. Het onderwijs in wiskunde B wordt mede daardoor te zeer op het examen gericht, terwijl de examenopgaven leiden tot mechanische en op trucjes gerichte training. Belangrijker nog dan de leerstof vindt men de docent. Onderwijs in de wiskunde kan inspirerend zijn als de leraar zelf zich enthousiast bezig houdt met wiskunde die verder gaat dan de leerstof die hij of zij onderwijst. Helaas komt dit volgens de commissie steeds minder vaak voor, wat zal samenhangen met het dalende aantal universitair opgeleide eerstegraads leraren, zo veronderstellen zij.

De commissie concludeert: *'In het vak wiskunde B dient het karakter van de wiskunde beter tot uitdrukking te komen. Aan de leerlingen moet duidelijk worden gemaakt dat de wiskunde volop in beweging is. Het programma zou voor hen allemaal, ook voor de beste leerlingen, een uitdaging moeten betekenen. Het gebruik van de computer bij het wiskunde-onderwijs in het vwo dient verder te worden gestimuleerd.'*

Beroepsperspectieven

Na veel gesprekken met wiskundigen en werkgevers typeert de commissie de beroepsperspectieven als volgt. De vooruitzichten op de arbeidsmarkt van afgestudeerde wiskundigen zijn goed, de mogelijkheden worden steeds meer gevarieerd en vrijwel overal in het bedrijfsleven, in de dienstensector en in de publieke sector treft men wiskundigen aan. Vaak werken zij in interdisciplinaire teams, waarbij meer dan een uitsluitend wiskundige inbreng van hen wordt verwacht. Zij worden in zo'n team onder meer gewaardeerd omdat ze geleerd hebben in structuren te denken. Dit geeft hun goede mogelijkheden om de steeds complexere vraagstukken aan te pakken, die onze samenleving aan de orde stelt. Jaarlijks neemt het bedrijfsleven (inclusief technologische instituten en de dienstverlenende sector) zo'n 150 afgestudeerden op. De universiteiten moeten meer werk maken van het overbruggen van de kloof tussen fundamentele ontwikkelingen binnen de wiskunde en praktisch gebruik in de technologie. Nieuwe ontwikkelingen op wiskundig gebied die zeker van belang zijn voor de industrie dringen slecht tot de bedrijven door.
De totale jaarlijkse behoefte aan afgestudeerde wiskundigen wordt geschat op 300-350, veel meer dan de 230 die in 1990 afstudeerden. De gewenste instroom aan eerstejaars is door de verkenningscommissie geschat op 500 wiskundestudenten.

Groninger wiskundigen aan het werk

Met het oog op die veronderstelde beroepsperspectieven is het interessant om eens uit te zoeken waar wiskundigen feitelijk hun werkkring hebben gevonden. Het Wiskundig Genootschap is met een onderzoek in die richting bezig. De reünie van Groninger wiskundigen (1991) was een goede gelegenheid om eens na te vragen waar die afgestudeerden uiteindelijk werk hadden gevonden. Uiteindelijk, want wisseling in de aard van de werkkring (bijvoorbeeld eerst in het onderwijs en later in de automatisering) komt veelvuldig voor. Van 418 Groninger wiskundigen die na 1945 afstudeerden hebben we zo kunnen achterhalen, waar zij werken. De tabellen 1 en 2 geven een overzicht.

	aantal	percentage
Onderwijs	138	33%
havo-vwo	90	
hbo	48	
Universiteiten	143	34%
wiskundige afdelingen	82	
overige afdelingen	61	
Andere werkkring	137	33%
bedrijven	108	
semi-overheid	29	

TABEL 1 Werkkring van na 1945 afgestudeerden

	aantal	percentage
Onderwijs	38	17%
havo-vwo	14	
hbo	19	
Universiteiten	68	35%
waarvan AIO-OIO	26	
anders	42	
Andere werkkring	92	48%
bedrijven	72	
semi-overheid	20	

TABEL 2 Werkkring van periode 1980-1990

Bij de interpretatie van de tabellen moet goed rekening worden gehouden met de onvolledigheid van de gegevens en de selecte wijze waarop de respons is verkregen. Onvolledig omdat slechts een deel van de afgestudeerden heeft gereageerd. In 1990 studeerden bijvoorbeeld 29 wiskundigen af, terwijl voor de hele periode 1980-1990 de werkkring van 193 afgestudeerden bekend is. Select omdat alleen de geïnteresseerden reageren op een aankondiging van een reünie. Met name de afgestudeerden, die werken bij universiteiten onderhouden werkcontacten met de RuG en zullen enigszins oververtegenwoordigd zijn, terwijl maatschappelijk minder goed geslaagden waarschijnlijk ondervertegenwoordigd zijn.
Globaal gesproken komen we voor de gehele periode op een verdeling in drie gelijke delen over onderwijs, universiteiten en een andere werkgever. In de laatste categorie zijn de grote afnemers de automiseringsinstellingen (23), Philips (17), de PTT (15), Shell (8), Verzekeringen en banken (8), Fokker (6)

en het Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium (6). Ongetwijfeld is bij deze verdeling van invloed dat de Rijksuniversiteit Groningen al vanaf het begin van de zestiger jaren sterk toegepaste richtingen kent op het terrein van de mathematische fysica en technische mechanica (met ingenieurstitel), terwijl ook vanuit de systeemtheorie en de statistiek veel afstudeerders naar het bedrijfsleven vertrekken.

Een terugblik op het universitair onderwijs

Tegelijk met de vraag naar de huidige werkkring hebben veel afgestudeerden gereageerd op de vraag naar de (wiskundige) bekwaamheden, die zij in hun werkkring nodig hebben. Daaraan gekoppeld was natuurlijk de vraag in hoeverre zij die bekwaamheden tijdens de studie hebben verworven, dan wel hebben gemist. Een korte bloemlezing geeft een goede indruk van de grote diversiteit aan bekwaamheden die worden genoemd. (De eveneens vermelde vakgebieden hangen uiteraard sterk af van de specifieke werkkring.)

Gebruikt:
analytisch denkvermogen (16), logisch denken (14), probleemoplossend denken (9), presenteren (6), structureren (6), abstract denken (4), zelfstandig werken (3), bestuurservaring (3), modellen maken (2), definiëren (2), literatuur vinden (2), doorzettingsvermogen (2).
Gemist:
integratie met beroepspraktijk (15), presentatietechnieken (12), modelmatig werken (6), samen werken (5), open problemen aanpakken (4), projectmanagement (4), werken met grote databestanden (2).

Het huidige studieprogramma wiskunde

De laatste tien jaar zijn veel veranderingen aangebracht in het huidige studieprogramma wiskunde van de RuG. De Groninger ingenieursrichting Technische Mechanica onderhoudt goede contacten met het bedrijfsleven; de systeemtheorie biedt afstudeermogelijkheden die goed vergelijkbaar zijn met de verwante ingenieursopleidingen aan de TU's; praktijkstages in bedrijven en instellingen komen veel voor; in het eerste studiejaar is er een sterke overlap in het programma met de informatica; met de econometrie is een gezamenlijke praktijkgerichte studierichting statistiek gerealiseerd; computers nemen een steeds grotere plaats in het wiskundig onderzoek en onderwijs in, het leren presenteren van een wiskundig onderwerp is een verplicht studie-onderdeel, werkgroepen op allerlei gebieden, zoals in de analyse en de dynamische systemen brengen het onderzoek dicht bij de studenten. Een groot probleem blijft de omschakeling in de eerste studiejaren naar zelfstandig werken en een goede studiehouding.

De universitaire lerarenopleiding wiskunde

Het is bekend dat het aantal nieuw opgeleide universitair gevormde wiskundeleraren te wensen overlaat. Zowel het rapport van de Verkenningscommissie wiskunde als het ministerie gaat uit van een jaarlijkse behoefte van 50-75 afgestudeerden van de universitaire lerarenopleidingen wiskunde. In de studiejaren '89-'90 en '90-'91 studeerde landelijk een twintigtal Docenten in Opleiding (DIO's) af aan de postdoctorale lerarenopleiding wiskunde, in '91-'92 tegen de dertig, in het studiejaar '92-'93 zijn ruim dertig DIO's voor het vak wiskunde op 1 september 1992 gestart.
Een niet onaanzienlijk percentage afstudeerders bij wiskunde (aangevuld met enkele afgestudeerde informatici, econometristen of ingenieurs van elders) kiest in Groningen voor de postdoctorale lerarenopleiding (11 in '91-'92, 14 in '92-'93). De laatste jaren combineren bijna alle studenten een betaalde stageplaats (deeltijdbaan tot 14 lesuren) met de lerarenopleiding, die daarop is afgestemd. Zowel studenten als docenten zijn zeer positief over deze vorm van leraren opleiden.
Het rapport van de verkenningscommissie pleit met het oog op het tekort aan universitair gevormde wiskundeleraren voor een predoctorale integratie van de lerarenopleiding met de vakstudie wiskunde. Na het doctoraal blijft dan een sterk accent

liggen op een praktijkgerichte training in combinatie met een deeltijdbaan. De samenwerkende Colleges van Bestuur van de universiteiten hebben op grond van soortgelijke overwegingen in een recent rapport voorgesteld om de universitaire lerarenopleiding te splitsen in een instituutsopleiding met stage, gevolgd door een tweejarige inservice-opleiding.

Noot

1. Zie Euclides 67-2, 67-3 en 67-4 (oktober, november en december 1991)

***Over de auteurs:** Prof. Dr. B.L.J. Braaksma en Dr. A. van Streun zijn werkzaam aan de Rijksuniversiteit Groningen. In 1991 organiseerden zij een reünie voor in Groningen afgestudeerde wiskundigen.*

Mededelingen

VIERKANT voor wiskunde



Genieten van wiskunde

VIERKANT wil voor jongeren mogelijkheden creëren om met echte wiskunde kennis te maken. Wiskunde kan voor jongeren een plezierige intellectuele uitdaging zijn. Zij kunnen genieten van hun eigen ontdekkingen en oefenen spelenderwijs het logisch en abstract denken. VIERKANT concentreert zich op buitenschoolse activiteiten. Daarmee probeert VIERKANT de reputatie van wiskunde in het algemeen en het wiskundig klimaat in het middelbare onderwijs in het bijzonder te verbeteren.
VIERKANT heeft vier werkgroepen voor de diverse activiteiten:

- ☐ **wiskundeclubs en kampen**
- ☐ **wiskundeboeken en materialen**
- ☐ **wiskunde met de computer**
- ☐ **wiskunde in de media**

Door wie en voor wie

VIERKANT is een initiatief van prof. dr. H. Barendregt en dr. Zs. Ruttkay. Het bestaat sinds juni 1993. VIERKANT werkt in het kader van het Wiskundig Genootschap, met steun van de Vrije Universiteit Amsterdam, het Centrum voor Wiskunde en Informatica en de Katholieke Universiteit Nijmegen. De medewerkers zijn wiskundigen uit de academische wereld, docenten uit het middelbaar onderwijs, studenten en andere belangstellenden. Nog meer ondersteuning zowel van instituten als personen is gewenst. VIERKANT richt zich met haar activiteiten op leerlingen van middelbare scholen. Wie geïnteresseerd is in een club of kamp, of materiaal wil hebben, kan dat melden aan het secretariaat.
De actuele ontwikkelingen en programma's zullen regelmatig worden gepubliceerd in de VIERKANT NIEUWSBRIEF.

Secretariaat

dr. Zsófia Ruttkay
Faculteit Wiskunde en Informatica
Vrije Universiteit Amsterdam
De Boelelaan 1081a, 1081 HV Amsterdam
tel: 020-5485782, na 1 juli: 020-4447700
fax: 020-6427705, na 1 juli: 020-4447653
e-mail: zsofi@cs.vu.nl

Vakantiecursus 1994 COMPUTER ALGEBRA Eindhoven, 18 en 19 augustus Amsterdam, 2 en 3 september



Eerste dag:

L. van Gastel	Computeralgebra-systemen in perspectief
F.H. Simons	Gebruik van computer algebra: twee voorbeelden
E.J. Atzema	Over de berekening van brandkrommen
F.J.L. Martens	Achter de computer algebra: het oplossen van polynoom vergelijkingen

Tweede dag:

P. Drijvers	Het paard van Troje; Computer algebra in het voortgezet onderwijs
	Prakticum
A.W. Grootendorst	Primitiveren door middel van elementaire functies
F. van der Blij	Rekenen met ellebogen; Computer algebra in dienst van de meetkunde

Deelnamekosten: ƒ 75,- excl. maaltijden

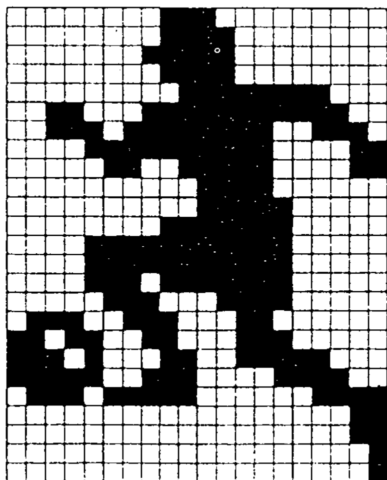
Nadere inlichtingen: Mevrouw M. Bruné, Centrum voor Wiskunde en Informatica, Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam, tel. 020-5924249.

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Oplossing 652

Vele enthousiaste reacties kwamen er binnen op het nieuwe puzzeltype NONOGRAM. Een nonogram is een tekening op ruitjespapier, waarbij het aantal zwarte hokjes per rij en per kolom is gegeven. Voor de opgave: zie aflevering 6.
Iedereen zond de volgende goede oplossing in:



In het boekje 'The Sunday Telegraph Book of nonograms, No. 1' van Non Ishida & James Dalgety was dit een 3-sterren puzzel. Voor de echte liefhebbers bevat dit boekje ook 4- en 5-sterren puzzels. Aanbevolen!

Met 51 punten is winnaar van de boekenbon van *f* 25,- geworden:

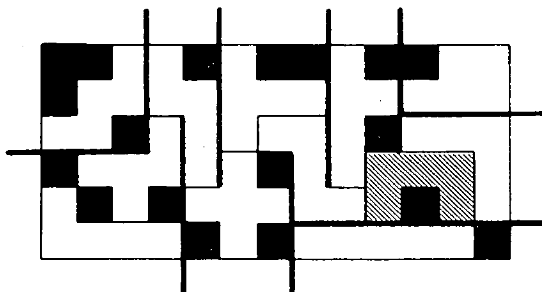
Jack Schilder
Grevingaheerd 212
9737 SV Groningen

Heel hartelijk gefeliciteerd.

▶ Opgave 655

Onlangs verscheen bij Cambridge University Press alweer het vierde puzzelboek van Brian Bolt: 'A mathematical Pandora's box'.
De vorige boeken waren getiteld:
'The Amazing Mathematical Amusement Arcade',
'The Mathematical Funfair',
'Mathematical Cavalcade'.

Een van de 142 puzzels in zijn nieuwste boek gaat als volgt:
De 12 pentomino's moeten uit een rechthoek gezaagd worden. De zaag kan niet om een hoek zagen. Er kan dus alleen rechtuit worden gezaagd. De bedoeling is om de rechthoek zo klein mogelijk te houden. In zijn boek geeft Brian de volgende bekende oplossing van een 6 × 13 rechthoek:



Als we eerst langs de dikke lijnen zagen valt de rechthoek in stukken uiteen en zijn alle 12 pentomino's los te maken. Alleen de gearceerde U-pentomino vergt nog een speciale zaag.

Tot mijn verbazing geeft Brian niet de beste oplossing. Dit schooljaar hebben mijn brugklassers bij het vak techniek de pentomino's uit een rechthoekig stuk triplex van 6 × 12 moeten zagen. Brian geeft toe dat er een 5 × 15 oplossing bestaat, maar dan vervolgt hij met: 'But it is not yet known if this is the smallest rectangle for which a solution is possible. Over to you.'

Twee maanden heeft u de tijd om een oplossing voor een 6 × 12 of een 8 × 9 rechthoek te vinden. Voor zo'n oplossing verdient u 5 ladderpunten.
Als u een oplossing vindt voor een 7 × 10 rechthoek dan heeft u een WERELDRECORD gebroken en TIEN ladderpunten. (Zo'n oplossing is me echter niet bekend!)

Prettige puzzelvakantie.

● Verenigingsnieuws ●



Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

▶ Van de bestuurstafel

Agneta Aukema

Wiskunde-examenprogramma vbo B-niveau

Dit ontbrak nog naast het, door de COW ontwikkelde, vbo/mavo C/D-examenprogramma. Begin 1993 is er via het SABO (Samenwerkingsverband voor avo en beroepsonderwijs) een nationaal examenbureau gestart dat voor alle vakken afsluitende B-examens maakt.
Landelijk verplicht zijn deze nog niet; het SABO is hier wel voorstander van, maar hiervoor is een wetswijziging nodig. Door het Freudenthal Instituut zijn er voor de proefscholen vanaf 1991 experimentele examens gemaakt die passen bij het COW-onderwijsprogramma, zoals beschreven in het Trajectenboek.
Een commissie van zeven, met als voorzitter Marja Meeder, heeft nu een concept vbo B-examenprogramma gemaakt, dat op soortgelijke wijze als het gereviseerde C/D-examenprogramma geformuleerd is. In maart werd dit met velerlei belanghebbenden, waaronder de NVvW, besproken en van, voornamelijk lovend, commentaar voorzien. Bij elke eindterm wordt verwezen naar zowel de hierin ter sprake komende kerndoelen basisvorming (bavo) als naar de overeenkomstige C/D-eindterm.
Hierbij merkte de heer Van Luijn van het projectmanagement bavo op dat hij als classicus 'vanwege een jeugdtrauma' blij is met het kerndoel 'zelfvertrouwen bijbrengen'.

Kerndoelen versus examenprogramma

De heer Schüssler, die in 1987 zelf de COW- ideeën voor de bavo herformuleerde in 27 compacte kerndoelen, zei dat deze 'nu al weer gedateerd zijn'. Dit B-programma is, als afgeleide van het in 1992 verder uitgekristalliseerde C/D-examenprogramma, een grote verbetering: het dekt de stof van de 27 kerndoelen, maar geeft, met zijn toegevoegde voorbeelden, duidelijker richting aan het onderwijs.
Het Trajectenboek gaat uit van totaal 13 uren, hetgeen voor echte B-leerlingen al krap lijkt, maar hoeveel scholen halen deze 13, naast de praktijklessen?
Naast het D-programma dat voorbereidt op lang mbo en havo, zou één programma 'wiskunde voor dagelijks gebruik' genoeg moeten zijn, aldus Schüssler. Hij pleit ook voor deelkwalificaties na 2 jaar bavo, zeker voor A/B-leerlingen.

We zijn benieuwd naar de ervaringen van de proefscholen, ook wat betreft bruikbare groepsindelingen A/B/C, B/C/D etc.

Bavotoetsen

De komende jaren is er zeker nog het probleem van de verplichte bavotoetsen die voor de B-leerlingen eigenlijk pas na 13 jaaruren, dus na vier jaar, afgenomen kunnen worden en dan onnodig samenvallen met het B-examen. De maatschappij hecht aan dit echte examencijfer juist veel waarde.
Doordat de bavotoetsen op één niveau geformuleerd worden en volgens de heer Boertien van het Cito 'ook voor een gymnasiumleerling nog uitdaging moeten bevatten' zijn daar veel vragen bij waar een B-leerling geen raad mee weet, ook al gaat het om stof die tot het B-programma behoort.

Een politieke heroverweging zou niet gek zijn: laat leerlingen alleen de bavotoetsen maken voor die vakken waarvoor zij geen eindexamen doen. Wat vindt u daarvan?
Het probleem staat op de agenda voor ons overleg met de inspectie!

▶ Jaarvergadering/ Studiedag 1994

Eerste uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1994 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op **zaterdag 12 november 1994** in het gebouw van Het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38, 3723 BV Bilthoven, tel.030-283060.
Aanvang 10.00 uur.

Agenda

09.30-10.00 Aankomst, koffie

Huishoudelijk gedeelte

a. Opening door de voorzitter dr. J. van Lint
b. Notulen van de jaarvergadering 1993 (zie Euclides 69-6)
c. Jaarverslagen (zie Euclides)
d. Décharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt kandidaat *):
   Mw. ir. A. Tromp-Weijers en drs. G. Stroomer.
e. Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van drs. S. Garst, mw. drs. M. Kollenveld, dr.J. van Lint. Zij zijn herkiesbaar. Het bestuur stelt hen kandidaat en W. Kuipers te Hattem. *)
   Drs. J.W. Maassen treedt af en stelt zich niet herkiesbaar.
f. Vaststelling kontributie 1995/1996.

Thema gedeelte (studiedag)

Thema: ***Van exploreren naar bewijzen***
De studiedag gaat over de plaats van het onderzoekend exploreren, het redeneren en het bewijzen in ons wiskunde-onderwijs van vandaag en morgen. Dr. A. van Streun verzorgt de plenaire inleiding en prof dr. F. Takens laat aan de hand van modellen voor de populatiedynamica zien hoe uit het exploreren met behulp van computers nieuwe wiskundige vragen en stellingen zijn voortgekomen. In de werkgroepen wordt aan concrete opgaven gewerkt en worden ervaringen en lesmateriaal uitgewisseld om nieuwe inspiratie voor het eigen onderwijs op te doen.

Gezond verstand en/of wiskundig redeneren?
In de basisvorming hebben nu alle wiskundeleraren te maken met een mengeling van redeneren met gezond verstand en van redeneren met wiskundige methoden en begrippen. Hoe pakken collega's dat aan? Waar leggen zij de accenten? Welke eisen stellen wij aan het redeneren van onze leerlingen? Hoe ver kunnen we gaan en waar moeten we in vbo-mavo en in 3 havo-vwo uitkomen? In de werkgroepen brengen collega's hun ervaringen, ideeën en lesmateriaal in, onder andere over:

- Beroepscontexten in vbo-ivbo en mavo-havo-vwo.
- Toetsing van het redeneren op de experimentele vbo-mavo examens voor het CD-programma en het B-programma en in een Engels project.
- De combinatie van gezond verstand en wiskunde in geïntegreerde wiskundige activiteiten en het werken met wiskundige modellen.
- De lange lijnen vanaf de basisschool tot en met de examens vbo-mavo-havo-vwo.
- De nieuwe mogelijkheden voor het onderzoekend exploreren en zelfstandig studeren met de grafische rekenmachine in 4 vwo.

Nieuwe kansen voor het bewijzen in havo-vwo?
Verschillende werkgroepen gaan over de kansen die het nieuwe onderbouw-programma en de nieuwe programma's voor wiskunde B bieden om het leren bewijzen weer de plaats te geven, die het overal ter wereld in wiskunde-onderwijs voor 12-18 jarigen heeft. In dit verband noemen we werkgroepen over:

- De meetkundige basis voor bewijzen in leerjaar 2 en 3 havo-vwo.
- Mogelijke invullingen voor de nieuwe programma's wiskunde B havo-vwo.
- Training in probleem oplossen en bewijzen bij de wiskunde olympiade.

Reserveer 12 november in uw agenda, het wordt de moeite waard!

Huishoudelijk gedeelte

g. Rondvraag

*) Tot achtentwintig dagen na het verschijnen van deze oproep kunnen eveneens andere leden van de vereniging schriftelijk worden voorgedragen bij het bestuur door ten minste vijf leden.

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Mondelinge tentamens wiskunde op de mavo

Over rubberbootjes en een oma

Wim Schaafsma

In Euclides heb ik al eens iets geschreven over mondelinge tentamens wiskunde voor de mavo. We doen dat sinds '89 en we deden dat toen (mede) op verzoek van het W12-16-team. We hebben daar goede ervaringen mee, maar ook heel slechte ...

De avond voor een dag met mondelinge tentamens las ik in de krant dat de verzamelde werken van Theo Thijssen worden uitgegeven. Ik heb toen weer een stukje gelezen in *Taal en Schoolmeester* (*) over de Korrigeervloek (1905):

'Als ik korrigeer, heb ik dikwijls razend het land aan mijn baantje. Bijna zit ik, peuterend en streepjes zettend in een stapel dooie schriften, te mopperen; en geregeld komt dan de lust in me op, de boel er bij neer te smijten - nou es uit te scheiden met verknoeien van m'n goede tijd.'

We werken in de vierde klas helemaal met pakketten en stencils. Om de leerlingen wat overzicht te geven ter voorbereiding op het tentamen hebben we een vragenlijst gemaakt met zo'n honderd vragen.

De laatste vier staan hierna afgedrukt:

8. Stel je zit in een reuzenrad. Bij het eerste rondje stopt het reuzenrad steeds om nieuwe passagiers te laten instappen. Je maakt een grafiek van de hoogte afgezet tegen de tijd. Hoe ziet globaal de grafiek eruit?

9. Stel je fietst naar school in je eigen tempo. Op een moment zie je een (leuke) medeleerlinge voor je fietsen. Je gaat harder trappen om haar in te halen. Daarna fiets je in haar tempo verder. Je raakt zo aan de praat dat het tempo daalt, tot jullie tot de ontdekking komen dat je bijna te laat op school komt ... . Maak een grafiek van de snelheid afgezet tegen de tijd.

10. Stel je komt na een dag hard leren en daarna fietsen bezweet thuis en denkt: 'Lekker even een bad nemen' (en stel je hebt thuis een badkuip). Voor je in bad stapt, heb je al een tijdje de kranen opengezet. Je stapt in bad, maar je staat nog en bedenkt dat je vergeten hebt een handdoek klaar te leggen; je stapt weer uit en gaat de handdoek halen. Daarna glij je heerlijk in het bad. Na een tijdje vind je dat het water hoog genoeg is en doe je de kranen uit. Je ligt lekker in bad een of ander stom boek te lezen, maar het water wordt wat koud. Wat doe je dus: warm water toevoegen... Op een gegeven moment gaat de telefoon en je bent alleen thuis, geschrokken ga je rechtop zitten (gewoon laten rinkelen), en je glijdt weer lekker in het bad. Na een half uur is de lol over en ga je uit bad. Maak een grafiek waarbij je de hoogte van het badwater in de kuip afzet tegen de tijd.

11. Stel je neemt als verticale as je humeur: boven de x-as goed humeur, eronder irritatie. Maak een grafiek van je gemoedstoestand afgezet tegen de tijd als je nog eens het gezeur van de vorige som in je herinnering oproept.

12. Bereid je voor op dit soort onzinverhalen tijdens het tentamen...

We willen de leerlingen eigenlijk zoveel mogelijk laten praten tijdens het tentamen, en dat valt niet altijd mee. Soms is het zo'n getrek en gesleur dat

leraar, bijzitter en leerling dolblij zijn dat het kwartier om is. Een enkele keer maak je een leerling mee die met een blijmoedig gezicht de meest afgrijselijke verhalen of echt leuke verhalen ophangt. Hieronder van het een en ander een voorbeeld.

Bij dit onderdeel was de vraag meestal: op de horizontale as zetten we tijd uit, wat wil je dan op de verticale as zetten? En de volgende opdracht was: als we deze grafiek nemen (die hadden we tevoren al op een stencil gezet) vertel dan wat er gebeurt. De leerlingen kunnen met hun vinger (of potlood) in de grafiek aanwijzen waar ze bezig zijn.

Martin:
Martin is bovenal slordig. Zeer slordig ... . Met moeite (= puntenaftrek) te bewegen tot het gebruik van potlood of geodriehoek bij tekeningen. Martins handschrift is moeilijk te ontcijferen. Daarnaast (?) denkt Martin dattie alles wel snapt als-tie 't een keer heeft gesnapt ... . Martin kan de wereld nog niet helemaal aan (in directe confrontaties wordt-ie wat nerveus), maar hij oogt vrolijk. Hij kan originele opmerkingen maken, waar zelfs zijn leraar om lacht. De dominee vindt 'm op catechisatie lastig. Martin is niet stoer.

Martins tentamen:
Bij Martin hadden we zelf op de verticale as gezet: afstand tot thuis. En toen ontstonden de volgende gesprekjes:
Martin: Op tijdstip nul ben ik in het winkelcentrum en heb boodschappen voor mijn moeder gedaan, op weg naar huis besluit ik even langs mijn oma te gaan. Die woont namelijk vlakbij ons. Oma is helemaal in paniek, haar pilletjes zijn op, dus ga ik gauw terug naar het winkelcentrum, naar de apotheek, en haal de pilletjes op. Terug naar oma heb ik eigenlijk geen zin meer, dus fiets ik langzamer ... . Bij oma blijf ik toch maar wat langer tot ze weer gekalmeerd is.
Later tijdens het tentamen komen we bij exponentionele groei:
Leraar: stel je oma heeft bij je geboorte 75 gulden op een bankboekje gezet, met een gemiddelde rente van 7,9%. Ze wil je dat geven als je 18 jaar wordt .... Hoeveel krijg je dan? Martin, heb je eigenlijk nog een oma?
Martin: Nou ja, zo'n beetje.
Leraar: Kom op Martin, je hebt een oma of niet.
Martin: Nou ja, ze is, nou ja ze kan niet meer praten, en niet meer eten, maar ze is wel lief. Meneer zullen we er maar 150 gulden van maken ...?
Martin berekende daarna feilloos het eindbedrag. Van lijnen en parabolen had-ie geen sjoege, maar vertellen kon-ie.

Martijntje:
Martijntje heeft zich de avond voor 't tentamen goed voorbereid. Daarvoor niet zo ... . Martijntje houdt helemaal niet van wiskunde. Ze heeft 't vak gekozen omdat de decaan het zo'n belangrijk vak vindt ... . Martijntje lacht tijdens de wiskundelessen niet zoveel, ze is wat onzeker, en die vent gaat zo snel. Ze heeft ook niet alle antwoorden op de voorbereidingsvragen, maar ze zit er nou eenmaal en ze heeft gisteravond heel hard geleerd.

Martijntjes tentamen:
Ze geeft op alle vragen een fout antwoord: ze noemt ten onrechte alle getekende lijnen stijgend, ze geeft als algemene vergelijking van een lijn $y = x + b$, na correctie in $y = ax + b$ is a het 'richtgetal' en b het 'getalletje dat je per stapje omhoog gaat'. Ze noemt een minimum bij een bergparabool, komt niet op 't woord symmetrie-as, laat staan dat ze op $y = x^2$ of $y = x^2 - 4$ komt. Maar dan mag ze bij een grafiekje haar verhaal vertellen:
Leraar: Wat moet er op de verticale as komen te staan?
Martijntje: Doe maar waterhoogte.
Leraar: Welke waterhoogte? Die van 't water in het bad, of van de Maas?
Martijntje: De waterhoogte van de Maas.
Leraar: Wijs de momenten aan waar 't water stijgt.
(dit doet ze goed)
Leraar: En waar daalt 't waterpeil?
(nu doet ze 't wel goed)
Leraar: Nou, vertel maar wat er gebeurt ...
Martijntje: Hier blijft 't water stromen.
(ze bedoelt: constant)
En hier stijgt 't.
Leraar: Waarom?
Martijntje: Er komt een boot langs. En daar daalt 't.
Leraar: Waarom?
Martijntje: De boot vaart weg. En daar stijgt 't weer een beetje.



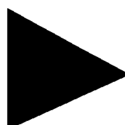
Leraar: Waarom?
Martijntje: Een rubberbootje, en dat vaart ook weer weg.
Leraar: Denk je dat 't water in een rivier echt stijgt als er een boot langskomt?
Martijntje kijkt me met heel trouwe bruine ogen aan. Ik vermoed gedachten als klotsende IJsseloevers bij het langskomen van grote rijnaken en ga maar gauw over op iets ongrijpbaars als exponentiële groei.

Nog eens Theo Thijssen:

'Eens kwam na twaalven een kollega binnengevlogen, met opstellen op losse papiertjes: 'Kerel dit moet je lezen, en dat ...'. En wij, waarachtig in extase, hebben toen een uur zoekgebracht met lezen en bespreken, lachend, genietend; uitvarend soms; als er een 'al bedorven' was...'.

Mondelinge tentamens voor 80 leerlingen is een lang slepende kwestie, maar vaak ... is er een Thijssengevoel. En mondelinge tentamens geven geen 'korrigeervloek' in de kerstvakantie.

* '*Taal en Schoolmeester*', Th.J. Thijssen, Bussum 1911.

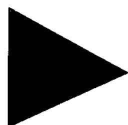


Mededeling

Nationale Wiskundedagen

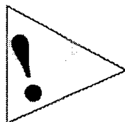
Op vrijdag 3 en zaterdag 4 februari 1995 worden in het Leeuwenhorst Congrescentrum te Noordwijkerhout de eerste Nationale Wiskundedagen voor docenten in het voortgezet onderwijs gehouden.
De bedoeling is, dat jaarlijks zulke dagen worden gehouden. De dagen hebben als doel leraren het verrassende en plezierige van de discipline wiskunde te tonen. Ze worden georganiseerd door het Freudenthal instituut, onder auspiciën van de Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde (NOCW) van het Wiskundig Genootschap.
Onderwerpen die aan de orde zouden kunnen komen zijn:
- wiskunde en beeldende kunst;
- wiskunde en muziek;
- wiskunde en sport;
- wiskunde en geschiedenis;
- recente ontwikkelingen (bewijzen met computers, ..., artikelen in Scientific American);
- wiskunde in andere culturen (Afrika, India, Verenigde Staten, etc.).

Het Freudenthal instituut is inmiddels begonnen docenten voor een docentencommissie aan te zoeken.
De Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraren is vooralsnog niet bij de organisatie betrokken.



Adressen van auteurs

A.F.S. Aukema-Schepel, Buitenplaats 77, 8212 AC Lelystad
B.L.J. Braaksma, RUG, vakgroep Wiskunde, Postbus 800, 9700 AV Groningen
J.G.M. Donkers, TUE, afd. WSK/I, Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
P.E.J.M. Gondrie, Klabots 54, 5683 LK Best
M.C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam
J. Koekkoek, Stullenbaan 34, 1602 JC Enkhuizen
E. de Moor, Vondelkerkstraat 32, 1054 KZ Amsterdam
W. Schaafsma, Kolbleikolk 6, 8017 NJ Zwolle
A. van Streun, RUG, vakgroep Wiskunde, Postbus 800, 9700 AV Groningen
F. Weerstra, Chrysantenlaan 3, 9951 GS Winsum



Kalender

22 juni 1994: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
18 en 19 augustus 1994: Eindhoven, vakantiecursus Computeralgebra, zie bladzijde 282.
2 en 3 september 1994: Amsterdam, vakantiecursus Computeralgebra, zie bladzijde 282.
16 september 1994: Eindhoven, tweede ronde Wiskunde Olympiade in de Technische Universiteit.
12 november 1994: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag 1994, zie blz. 285.